

إبراهيم بن مصطفى الحلبي (توفي 1191 هـ / 1776 م) : عالم مجهول في الرياضيات.  
مهدى عبد الجواد (جامعة تونس)

## المقدمة

تتمحور هذه الدراسة حول جانب من شخصية إبراهيم بن مصطفى الحلبي لم يُبرز في الدراسات السابقة وسنركّز بحثنا على الإضافات التي أوردها في حاشية مخطوط لا له لي رقم 2/2144 والتي تتمثل في حل المسائل الجبرية الواردة في المتن واستعمال الرموز المغربية لذلك. فحين اكتشفنا "مخطوط جربة" (الجمهورية التونسية) في مكتبة عائلة الباسى أُعجبنا به وتحمسنا لدراسته لسبعين :

(1) يحتوي هذا المخطوط على النص الكامل لشرح الأرجوزة الياسمينية لابن الهائم (المتوفى سنة 815 هـ - 1412 م) ولم يتحقق هذا النص أحد من قبل ولم ينشره. فقررنا تحقيقه ونشره.

(2) تحتوي حاشية هذا المخطوط على خاصية طريفة لم يتعرض لها باحث من قبل، وهي حل كل مسألة تعرّض إليها ابن الهائم في كتابه باستخدام رموز حسابية وجبرية استعملت بكثافة منذ القرن السادس الهجري بالمغرب العربي وقل استعمالها في الشرق العربي.

وجاء في مخطوط جربة أن ناسخه هو محمد حمود الباز التونسي وأن النسخ تم سنة 1157 هـ / 1747 م في القسطنطينية ويدرك النّاسخ مرتين الشيخ إبراهيم الحلبي الذي كان يدرس آنذاك.

إن هذه الإشارات إلى إبراهيم الحلبي حثتنا على التّنقيب عن أعمال هذا الشّيخ في الرياضيات عبر الفهارس العربية، لكن لم نجد إلا القليل منها فالتجأنا إلى المراجع التركية ويمكن اعتبار هذه المقالة حصيلة أولية لما وجدناه.

إننا نروم في هذا البحث تقديم شخصية إبراهيم بن مصطفى الحلبي وأعماله في الرياضيات، علماً أنه قد اشتهر عند المؤرخين العرب كمدرس بجامع الأزهر وكمؤلف في الفقه الإسلامي. لكننا سنُبرّز مهارات له لم تظهر إلا بعد رحيله إلى إسطنبول واستقراره بها سنة 1153 هـ / 1740 م وتتلذذه على يدي العالم الرياضي العثماني مصطفى صدقي (المتوفى سنة 1183 هـ / 1769 م).

و سنشير هنا إلى عدّة رسائل وشروح في الرياضيات لإبراهيم بن مصطفى الحلبي، لكننا سنخّص بالذكر والتحليل حاشية له على شرح الأرجوزة الياسمينية لابن الهائم وجدناها بالمكتبة السليمانية بـإسطنبول في مخطوط لا له لي رقم 2/2144 إذ توضح هذه الحاشية مدى تمكن إبراهيم الحلبي من المفاهيم الرياضية واستعماله المكثّف والطّريف للرموز المغربية للدلالة على الكسور وعلى العبارات الجبرية وبراعته في حل المسائل وسنثبت أن مخطوط جربة ما هو إلا نسخة جيدة وأمينة لمخطوط لا له لي رقم 2/2144.

## من هو إبراهيم الحلبي؟

إبراهيم الحلبي هو اسم مشترك لثلاثة علماء على الأقل ولدوا في حلب وعاشوا بها في عصور مختلفة ونسبت إليهم أحياناً الكتب نفسها.

أولهم هو إبراهيم الحلبي المتوفى سنة 1411/814 وكان عالماً في الرياضيات والفلك والميكانيكا ونسب إليه بروكلمان<sup>1</sup> "رسالة الجبل من أوائل شرح قاضي زاده الرومي".

وثانيهم هو إبراهيم بن محمد بن إبراهيم الحلبي برهان الدين المتوفى سنة 1549/956. كان فقيهاً حنفياً وإماماً وخطيباً في جامع السلطان في إسطنبول<sup>2</sup> ومن أشهر مؤلفاته "ملتقى الأحرار" وهذا الكتاب يعتبره المختصون أهم ما كتب علماء الفقه الحنفي في الشرع وكان مرجعاً مفضلاً للقضاء العثمانيين. وينسب إليه روزنفالد وإحسان أغلو خطأ بعض الكتب في الحساب والفلك<sup>3</sup> والمؤرخون العرب لا يشرون إلى اهتمامه بهذه المجالين.

وثالثهم هو إبراهيم بن مصطفى الحلبي المداري المتوفى سنة 1190/1776 ويدرك المؤرخون العرب<sup>4</sup> أنه درس بالأزهر وأله صاحب "تحفة الأخيار على الدر المختار" وهو شرح في الفقه الحنفي ولا ينسبون إليه أي عمل أو كتاب في العلوم الدقيقة. غير أنّ مؤرخي العلوم الأتراك يعتبرونه عالماً في الحساب ويدركون أنه كان مدرباً في هذا الاختصاص.

فإبراهيم بن مصطفى الحلبي هذا هو الذي سيكون موضوع بحثنا، ولد في حلب وقضى طفولته فيها وتابع تكوينه طوال سبع سنوات بمصر ثم تلقى بعض الدروس في دمشق ومكة، ورجع إلى مصر ودرس بالأزهر وتلزمه على أيدي عدة شيوخ منهم السيد علي الضرير السواسي الحنفي وحسن الجبرتي؛ واختص في الفقه الحنفي وأنذ له مشايخ الأزهر بالتدريس فكان أول من درس "كتاب الدر المختار" وكتب شرحاً له ودرس كذلك كتاباً آخر في الفقه الإسلامي<sup>5</sup>. وعن مكانه في التدريس يقول بطرس البستاني<sup>6</sup> : " تزاحت عليه الطلبة ".

وفي سنة 1153/1740 ترأس وفداً من الشيوخ توجّهوا إلى الباب العلي بشكوى من أعمال والي القاهرة، عزم زاده سليمان باشا. ولقد استقبله رئيس الكتاب، الخواجة راغب محمد باشا<sup>7</sup> وأعجب بعلمه وطلب منه الإقامة بالعاصمة العثمانية واستمع إلى بعض دروسه وانتشر إبراهيم بن مصطفى الحلبي بلقب "راغب باشا خواجة سي" أي "أستاذ راغب باشا". وحين عُين راغب باشا والياً على مصر لم يرافقه إبراهيم الحلبي في رحلته بل مكث بإسطنبول حيث عُيّن مفتّشاً وممّيزاً لشيخ الإسلام عبد الله بن محمد المعضي. وكان من أشهر طلبه الأتراك محمد أسعد أفندي ومحمد أمين خثوده.

وفي سنة 1175/1760 عُيّن إبراهيم الحلبي أستاذًا في مدارس إسطنبول ثم شيخاً في "دار الحديثي" بجامع آيا صوفيا وبجامع السلطان سليم. وتوفي سنة 1191/1776 ودفن في إسطنبول.

<sup>1</sup>Brockelmann: II: 157.

<sup>2</sup> حاجي خليفة: كشف الظنون 2: 1814؛ عمر رضا كحالة: معجم المؤلفين 1: 25؛ خير الدين الزركلي: الأعلام 1: 64. Brockelmann II: 570-571. Suppl. II: 642-643.

*Encyclopaedia of Islam*, 1974 (al-Halabî, Nûr al-Dîn b. Burhân al-Dîn. p. 127)

*Encyclopédie de l'Islam*, 1975 (al-Halabî, Nûr Burhân al-Dîn. pp. 92-93)

<sup>3</sup>Rosenfeld and Ihsanoglu: 321.

<sup>4</sup> معجم المؤلفين 1: 112؛ الأعلام 1: 69.

<sup>5</sup> جل هذه المعلومات مستنبط من المرجع التركي "عثمانلي ماتيماتيك ليتيراتور تاريسي (OMLT)" لإكمال الدين إحسان أغلو ورمضان شيشن وجواه إزغى؛ إسطنبول 1999: 222-227.

<sup>6</sup> "دائرة المعارف" لبطرس البستاني 1: 230-231.

<sup>7</sup> راغب باشا هو من أعظم حكام تركيا العثمانية في القرن الثامن عشر وتولى الوزارة الأولى بعد رجوعه من مصر وكان محباً للثقافة والعلوم ومشجعاً للعلماء، وهو صاحب موسوعة: "سفينة الراغب ودفيئة الطالب"؛ توفي سنة 1762.

## آثار إبراهيم بن مصطفى الحلبي العلمية

ينسب إكمال الدين إحسان أغلو ورمضان شيشن وجواه إزغي إلى إبراهيم بن مصطفى الحلبي عدة كتب في الرياضيات والفالك توجد نسخ منها كثيرة في مكتبات إسطنبول.  
أ. الغربال في الحساب<sup>8</sup>

ب. شرح الحاوي في الحساب لابن الهائم<sup>9</sup>

ت. حاشية على رفائق الحقائق في الحساب لسيط الماريديني<sup>10</sup>

ث. رسالة في كيفية استخراج عدة الاحتمالات الترکيبية من أي عدد كان<sup>11</sup>

ج. رسالة في الهندسة<sup>12</sup>

ح. شرح المسألة الشعرية من شرح الملخص لقاضي زاده الرومي على الجعفرية<sup>13</sup>

خ. رسالة في الأوزان والمكابيل<sup>14</sup>

وعثرنا على حاشية له على شرح الأرجوزة الياسمينية لابن الهائم في مخطوط بالمكتبة السليمانية بإسطنبول. ولم يذكر جلال شوقي<sup>15</sup> هذا المخطوط في قائمة النسخ المعروفة لشرح ابن الهائم. وهذا المخطوط يوجد ضمن مجموع لا له لي ورقمه 2/2134.

### مخطوط لا له لي ، رقم 2/2134

هو "شرح الأرجوزة الياسمينية" لابن الهائم<sup>16</sup> وهو الكتاب الثاني ضمن مجموعة من الكتب، يتكون من 103 ورقة (من 71 ب إلى 174 أ) ولا يعرف ناشر المخطوط وتاريخ النسخ بالتدقيق، لكننا نفترض أن ناسخه هو عبد الله القرشي الخليلي الشافعي كاتب المخطوط الأول في هذه المجموعة (1 - 70 ب) وتاريخ النسخة 20 رجب سنة 1140/1727.

على الوجه الأول للورقة الأولى من المخطوط تقيدان، أولهما يشير إلى «إبراهيم الحلبي» والثاني « وبعد انتقال إلى الحاج الباسبي محمد أمين تلميذه الحنين آمنه الله بحرمة سيد العالمين. » (ورقة 71 ب ) وفي وسط الورقة إشارة إلى عنوان المخطوط: « هذا شرح الإمام العالم العلامة ابن العباس على المنظومة الياسمينية في الجبر والمقابلة رحمه الله تعالى » ونبذة من مقدمة ابن خلدون نصها: « قال ابن خلدون رحمه الله تعالى في المقدمة وقد بلغنا أن بعض أئمة التعاليم من أهل المشرق أنهى المعادلات فوق العشرين واستخرج لها أعمالاً وثيقة ببراهين هندسية »

<sup>8</sup> الغربال في الحساب

؛ مجموعه يزم بغشلار عدد 2060؛ المكتبة السليمانية بإسطنبول ؛ 50 صفحة

<sup>9</sup> شرح الحاوي في الحساب لابن الهائم؛ مجموعه الحامدية عدد 4/873-173 أ. آخره : " كما خط في اللوح القلم على يد راقمه وممؤلفه إبراهيم الحلبي ... وقد بيضها من مسودة المؤلف ... محمد بن علي بن مصطفى بن الحاج أحمد الحلبي ... بالبلدة ... القسطنطينية في آخر رجب الفرد لسنة 1176".

<sup>10</sup> مجموعه الحامدية عدد 2/873، (صفحة 68-26 أ). أولها بعد البسمة والداعاء : "هذه حواشى الدرج والدقائق توضح أمثلتها وتبين كمية قواعدها بقدر الطاقة تاركا لما قبل الباب الثالث لاستغاثته من البيان ...".

<sup>11</sup> مجموعه الحامدية عدد 3/873 (صفحة 86-68 أ).

<sup>12</sup> مجموعه عارف؛ حكمة عدد 3/144 ؛ مكتبة المدينة المنورة (18 صفحة).

<sup>13</sup> مجموعه لا له لي عدد 3/2126 ؛ المكتبة السليمانية (صفحة 52-60).

<sup>14</sup> رسالة في الأوزان والمكابيل"

Garret nr.1062, (folios 11b – 16b) ; Yahuda collection, Yale University, Princeton.

<sup>15</sup> جلال شوقي : "منظومات ابن الياسمين"؛ مؤسسة الكويت للتقدم العلمي، (ص. 60-63).

<sup>16</sup> حققنا هذا الشرح ونشرناه سنة 2003 (منشورات الجمعية التونسية للعلوم الرياضية؛ تونس)

كُتُبَتْ عَلَى جَلَّ هُوامشِ المخطوط حواش بعضها تصويبات وبعضها الثاني شروح وبعضها الثالث تعليقات وأكثرها حلول بالرموز للمسائل الحسابية الواردة في نص ابن الهائم. والأرجح أن كاتب الحاشية ليس هو ناسخ الكتاب.

ابتدأ ابن الهائم شرحة بقوله: « بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ وَصَلَّى اللَّهُ عَلَى سَيِّدِنَا مُحَمَّدَ وَآلِهِ وَصَحْبِهِ وَسَلَّمَ، بِحَمْدِ مَنْ يَعْلَمُ عَدْدَ الْأَشْيَاءِ وَمَا لَهَا جَمْلَةٌ وَتَفْصِيلًا، أَفْتَحْ الْمَقَالَةَ. » (ورقة 72 أ) وختمه بقوله: « قَالَ مَؤْلِفُهُ: وَكَانَ الْفَرَاغُ مِنْ تَسْوِيَّدِهِ عَلَى يَدِ مَؤْلِفِهِ أَحْمَدِ بْنِ الْهَائِمِ فِي لَيْلَةِ سَفَرِ صِبَاحِهَا عَنْ يَوْمِ الْثَلَاثَاءِ سَادِسِ ذِي الْحِجَةِ الْهَرَامِ سَنَةِ تِسْعَةِ وَتَمَانِينَ وَسَبْعِ مَائَةٍ، بِمَكَّةِ الْمُشْرِفَةِ » (ورقة 174 أ)

يلي شرح الأرجوزة نصان، أولهما حل مسألة حسابية: « مَسَأَلَةٌ لَيْسَ مِنْ مَسَائِلِ الْكِتَابِ بَلْ هِيَ مِنْ مِبْتَكَرَاتِ أَسْتَاذِنَا سَيِّدِي مَصْطَفِيْ أَفْنَدِي؛ وَهِيَ جُذْرِي خَمْسَةٌ وَأَرْبَعِينَ قُسْمًا بَقْسَمَيْنِ وَضُرْبُ أَحَدِهِمَا فِي الْآخِرِ فَحَصَلَ عَشْرَةً » وثانيهما نبذة من كتاب لابن مجدي (ت. 850/1446): « قَالَ إِبْرَاهِيمُ الْحَلَبِيُّ فِي حَاوِي الْلَّبَابِ شَرْحَ تَخْيِصِ الْحَسَابِ لَا بْنَ الْبَنَاءِ لِخَامِسَةِ عَشَرَ مِنْ وَقَائِعِ الْأَحْوَالِ ... ». .

وبيّنا في بحث قدمناه في الملتقى المغاربي التاسع في تاريخ الرياضيات العربية بتبيازا (الجزائر 12-14 مايو 2007) أنّ محمد حمود الباز التونسي كتب نسخة جديدة من شرح الأرجوزة نقلها مباشرةً من نسخة إبراهيم الحلبي وأنهى نسخته بقوله: « انتهى منقولاً من خط الشّيخ إبراهيم الحلبي، لازال بحر علمه بالمعارف زاخراً ومجلس درسه بطائف الأبحاث عاطراً. » (ورقة 83 ب من مخطوط جربة) ويشير محمد الباز إلى إبراهيم الحلبي مرّة أخرى في هذا المخطوط نفسه الذي تمت كتابته في أوائل شهر ربيع الأول سنة 1744/1157 فقد كتب في هامش الورقة 76 ب: « وهذه صورته منقوله من خط إبراهيم أفندي ». .

هذه القرائن تجعلنا لا نشك في أنّ إبراهيم الحلبي هو كاتب هوامش ورقات مخطوط لا له لى 2/2134 وعثرنا على قرينة أخرى في هامش الورقة 95 أ من هذا المخطوط حيث يقول المحشّي: « مشى الشارح على ما قلنا في الحاوي». ومعلوم أن إبراهيم الحلبي هو شارح الحاوي في الحساب.

## حاشية مخطوط لا له لي ، رقم 2/2134

تكشف هذه الحاشية مدى عمق معرفة إبراهيم بن مصطفى الحلبي ببعض المراجع الأساسية في الحساب وتدلّ خاصة على خبرته الواسعة في حساب الكسور وفي حل المسائل الجبرية وفي استعمال الرموز في الأعمال الحسابية والجبرية.

## 1. بعض الحالات على مراجع أساسية في الحساب

- كتاب الأصول لأقليس (ورقات 163 - 193 - 183)
- الحاوي في الحساب لابن الهائم (ورقة 95)
- المرشدة لابن الهائم (ورقة 154)
- شرح المقنع لسبط الماريديني. (ورقة 76 ب)
- القليوبى (ورقة 104 ب)

ذكر إبراهيم الحلبي في ثلاثة مواقع على الأقل أستاذه مصطفى صدقي باعتباره صاحب حلول جبرية طريقة:

"طريق عمل المسألة المحال ... انتهى. أستاذنا صدقي مصطفى أفندي" (هامش الورقة 130)

"قوله: "لكان العمل والجواب عين ... " قال أستاذنا صدقي مصطفى أفندي: أقول ... " (هامش الورقة 167)

"مسألة ليست من مسائل الكتاب بل هي من مبتكرات أستاذنا سيدى مصطفى" (الورقة 174 ب)

## 2. خبرة إبراهيم الحلبي في حساب الكسور

واضح من ملاحظات عديدة لإبراهيم الحلبي أنه كان خبيرا في حساب الكسور فكلما تعرض ابن الهائم في شرحه إلى الكسور كتب المحسني مُقابلها في الهامش ملاحظة توضح قاعدة أو تُصحح هفوة أو تُكمل حسابا (ورقات 88 ب - 91 ب - 95 ب - 96 ب - 100 أ - 133 ب).

وهذا مثال في كتابة الكسور نجده بهامش الورقة 100أ:

كتب إبراهيم الحلبي : " قوله [يعني قول ابن الهائم] " وهو ثلث وربع وتسع، كسر مختلف بسطه خمسة وعشرون، وهو مرادف لأربعة أسداس وسدس سدس لأن بسطه خمسة وعشرون أيضاً واتحاد بسطي الكسرتين مع اتحاد مخرجهما دليل الترافق وإن اختلفت صورتا الكسرتين كما هنا؛ فإن الأول مختلف والثاني منتسبي".

وازدادت خبرة إبراهيم بن مصطفى الحلبي في حساب الكسور بعد شرحه "الحاوي" لابن الهائم فقد استشهد بفقرات من كتابه ونقده في هامش الورقة 95أ مثلا: "مشى الشارح على ما قلنا في الحاوي : فإنه بعد بيان المركبات قال : (ولو لم يكن المال واحدا حُط أو جبر كما مرّ). وقال في ما مر (والغرض من الجبر والحط معرفة ما يضرب في أحد معلومين ليخرج الآخر إلا أن الجبر من قليل إلى كثير فاقسم المجبور إليه على المجبور. والحط عكسه، فسم المحوط إليه من المحوط)، وهو كما ترى عين الوجه هنا. فتناقض وخلاف الواقع هنا".

وتظهر مهارة إبراهيم الحلبي في حساب الكسور في سياق آخر مثلا حيث حلّ مسألة حسابية بطريقة مخالفة لطريقة ابن الهائم وبرهن على أن الحلين متكافئان (ورقة 133 ب): ينجز ابن الهائم عملية تؤدي إلى الكسر: " ثلثين وربع تسع ونصف سدس تسع". ويحصل إبراهيم الحلبي على الكسر  $\frac{2}{3} \frac{2}{9} \frac{6}{8}$  وهو مخالف

ظاهرياً للكسر الأول<sup>17</sup>. فيقول المُحشّي : "هذا الجواب مرادف لما قاله المُصنّف بأنّه  $\frac{2}{8} \frac{6}{9} \frac{1}{2} \frac{0}{6} \frac{0}{9}$ " وفعلاً يتساوى الكسران<sup>18</sup>.

### 3. استعمال الرموز في الأعمال الحسابية والجبرية

استعمل إبراهيم بن مصطفى الحلبي الرّموز الحسابية والجبرية استعمالاً مكثفاً في حاشيته عوض الجمل والكلمات.

وهذه الرّموز ظهرت<sup>19</sup> في المغرب الإسلامي في عهد الموحدين بالأندلس وبشمال إفريقيا (القرن 6هـ/12م). فقد ظهرت رموز خاصة للكسور والجذور والجمل الجبرية والمعادلات في كتب الحساب المنشورة في المغرب الإسلامي وصاحب ذلك انتشار الحساب الهندي الذي تستعمل فيه لوحة يرشّ عليها الحاسب غبارة ويكتب على الغبار بعده. فأضاف الحاسب المغربي على الأرقام الهندية رموزاً جديدة تُناسب النظام العشري التنازلي وتسهل العمل الجبري وتسرع حل المسائل. فنجد بعض من هذه الرّموز في "كتاب البيان والتذكار" للحصار ( حوالي 1175/575) وفي "كتاب تلقيح الأفكار في العمل برسوم الغبار" لابن الياسمين (ت. 1204/601).

وتعرّض إلى هذه الرّموز المغاربية عديد العلماء، نذكر بعضهم في ما يلي:

أ. ابن الهائم (ت. 1412/815) الذي لا يشك في أنَّ استعمال الرّموز الجبرية مقترب بحساب الغبار أي بالحساب الهندي :

«وكذلك في الرسم بالهندي أو الغبار يجعلون لكل نوع علامة كالشين للأشياء والميم للمال والكاف للكعب وميمين لمال المال وهكذا ولا يجعلون للعدد علامة وجودية فيصير ترك العلامة علامة له<sup>20</sup> ».»

ب. القلصادي (ت. 1486/891) الذي صاحب استعمال الرّموز باستعمال اللوح في قوله هذا :

«فأنزل المسألة في طرف اللوح وضع على الشيء علامة الشين أو ثلاثة نقط وعلى المال الميم وعلى الكعب الكاف ولا تضع على العدد شيئاً لأنَّ ترك العلامة له علامة فيكون ذلك في سطرين<sup>21</sup> ».

ت. ابن قنفذ القسطنطيني (ت. 1407/810) الذي يقول في كتابه "حط النقاب عن وجوه أعمال الحساب" :

«واعلم أن صورة الأموال ينزل عددها ونمذّ عليها مينا واحدا، مثل ثلاثة أموال هكذا  $\overset{3}{3}$ ، وإن كانت أموال أموال

فهكذا  $\overset{3}{3}$ ، وإن كانت أموال أموال فهكذا ...، فتضيع من الميمات على عدة تكرار اللفظ بالمال ، ونصف مال هكذا ... . وصورة الأشياء تضع عددها وتنزل عليها شيئاً ممدودة الخط ، ولو اختصرت الشين ووضعت عوضها

<sup>17</sup> هذه هي كتابة الكسور في المغرب الإسلامي منذ القرن السادس الهجري. فالكسر  $\frac{2}{3} \frac{2}{8} \frac{6}{9}$  هو سدس تسعة وثمانة ثمن تسعة.

<sup>18</sup> أما الكسر  $\frac{2}{8} \frac{6}{9} \frac{1}{2} \frac{0}{6} \frac{0}{9}$  فهو مجموع كسرتين، الأولى نصف سدس تسعة والثانية سدس تسعة وثمانة تسعة.

<sup>19</sup> قم أحمد جبار عرضاً مفصلاً عن كتابة الرّموز المغاربية في أطروحة دكتوراه جامعة باريس 1990.

<sup>20</sup> «شرح الأرجوزة الياسمينية»، تحقيق مهدي عبد الجاد. (صفحة 66-67)

<sup>21</sup> «التبصرة الواضحة من مسائل الأعداد اللائحة»، تحقيق حميدة الهايفي. (صفحة 105)

نقطتها لجاز مثل ثلاثة أشياء هكذا  $\overset{\text{ش}}{3}$  ، أو هكذا  $\overset{\text{ش}}{3}$  ، (... ) و كذلك الكسور مثل خمسة أسداس شيء وربع سدس شيء هكذا  $\overset{\text{ش}}{\frac{5}{4}}$  ، أو هكذا  $\overset{\text{ش}}{\frac{5}{6}}$  ، (...). وصورة العدد مثلاً تقدم من غير تغيير، وصورة الكعب أن تضع عدد الكعوب وترسم عليها كافاً، مثل ثلاثة كعوب هكذا  $\overset{\text{ك}}{3}$  ... فإذا عرفت ذلك فلنرجع إلى المثال المتقدم الذي بيان معنى المقابلة، وهو خمسة أموال وأربعة أشياء وثلاثة من العدد تعدل ثلاثة أشياء ومالين وستة من العدد، وهذه صورة ذلك:

$\overset{\text{م}}{3} \overset{\text{ش}}{4} \overset{\text{ش}}{2} \overset{\text{ش}}{6}$  ، و اللام من لفظة يعدل<sup>22</sup>.

### ث. القطرواني (القرن 14 هـ) الذي يوضح كتابة الأعداد المجذورة:

«لما كان الاحتياج في بعض الأعمال إلى تحقيق الجذر و ليس لكل عدد جذر ، احتاجوا أن يتصرفوا في مربعات تلك الأجزاء الغير المنطقية ، فإنأخذ جزراً بالتقريب يفسد أعمالهم ، ثم إنهم اصطاحوا على أن يضعوا على العدد المطلوب جذر جيماً مقطوعاً هكذا جـ و إن كان المطلوب جذر جذر ووضعوا عليه جيماً هكذا جـ ، و كلما تكرر لفظ الجذر زيد عليه جيم ، فإن جذر جذر كلّ عدد لا يكون جذر جذر عدد غيره<sup>23</sup>.»

ج. ابن غازي المكناسي (ت. 913/1513) الذي يبسط في هذه الصورة عملية ضرب جملتين متعددة الحدود:

| الجملة بالرموز المعاصرة                         | صورة من "بغية الطلاق" لابن غازي <sup>24</sup> |
|---|---|
| $(2x^4 + 4x^6 + 6x^5)(2x^4 + 4x^6 + 6x^5)$      |   |
| $4x^8 + 52x^{10} + 24x^9 + 16x^{12} + 48x^{11}$ |   |

قل استعمال الرموز المغربية في الشرق الإسلامي حيث لا نجدها أساساً إلا في نسخ كتب مغربية انتشرت خارج شمال إفريقيا ككتب القلصادي وابن غازي وفي شروحها وشروحها وشروح "كتاب تلخيص أعمال الحساب" لابن البناء. فمعلوم<sup>25</sup> أن ابن مجدي (ت. 850/1446) يستعمل الكتابة المغربية للكسور في "حاوي الباب وشرح تلخيص أعمال الحساب" وكذلك عبد القادر السخاوي (ت. 910/1506) في "المختصر في علم الحساب" وعثمان ابن مالك الدمشقي (حي 1593/1002) في "شمس النهار في صناعة الغبار". وفي تركيا ظهرت الرموز المغربية<sup>26</sup> في "تحفة الأعداد لذوي الرشد والسداد" لابن حمزة الجزائري (ت. 1614/1022) وهذا الكتاب كتب في اللغة التركية واستعمل في المدارس العثمانية.

<sup>22</sup> خط النقاب عن وجوه أعمال الحساب، تحقيق يوسف قرقور. (صفحة 166)

<sup>23</sup> «رشفة الرضاب في ثغور أعمال الحساب» تحقيق حميده الهايفي. (صفحة 62)

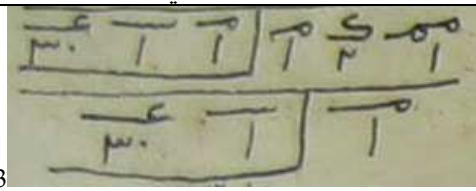
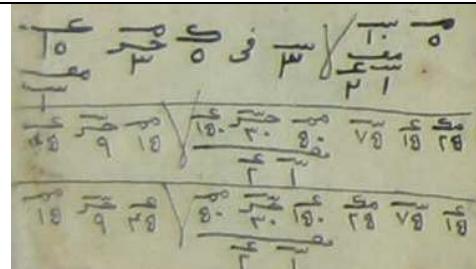
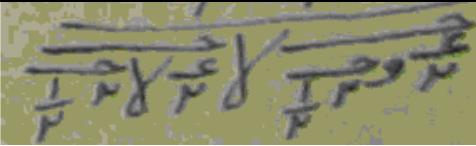
<sup>24</sup> هذه صورة مأخوذة من مخطوط عدد 130 (مكتبة عائلة الباسى بجريدة).

<sup>25</sup> Ahmed Djebbar (2006) , (pp. 155 – 184).

<sup>26</sup> Salih Zéky Efendi (1898), (pp. 35 – 52).

وفي القرن الثاني عشر هجري (الثامن عشر ميلادي) دَرَبَ مصطفى صدقي على استعمال الرِّموز المغربية ثلاثة من الطلبة ومن بينهم إبراهيم بن مصطفى الحلبي فتَعَوَّدوا حلَّ المسائل العددية والجبرية بدون الالتجاء إلى الصيغ الكلامية وإلى استعمال الرِّموز في جميع الحالات السهلة منها والمتشعبَة واخترعوا رموزاً جديدة لم ترها في كتب القدماء فابتكرُوا مثلاً رمزاً لجزء الشيء وهو: "جز" ورمزاً للقسمة بمُتعدد الحدود وهو: "مم—" أو "مق" كما هو بائناً في الأمثلة التالية:

أمثلة من هذه الرموز مصورة من هوامش مخطوط له لي 2/2134

| حل المسألة بالرموز العصرية   | صورة الجملة الجبرية في هامش الورقات   |
|--|---|
| $x^4 + 2x^3 + x^2 = x^2 + x + 30$ $x^2 = x + 30$   | <br>113 ب   |
| $[5x^2 + \frac{10x}{x+2} - 3x] [5x^3 + 3x^2 + \frac{10}{x}]$ $[25x^5 + 15 + 75x + \frac{50x^4 + 30x^{-1} + 150}{x+2}] - [15x^4 + 9x^{-1} + 45]$ $[15 + 75x + 25x^5 + \frac{150 + 30x^{-1} + 50x^4}{x+2}] - [45 + 9x^{-1} + 15x^4]$ | <br>123 ب  |
| $\sqrt{2 + \sqrt{2 + \frac{1}{2}}} - \sqrt{2 - \sqrt{2 + \frac{1}{2}}}$  | <br>148 أ |

### حل المسائل الجبرية في حاشية إبراهيم الحلبي

يُعالج ابن الهائم في الباب الثالث من شرحه للأرجوزة الياسمينية كيفية تناول المسائل (صفحات 219 – 229 من تحقيقنا للكتاب) وهو خطاب منهجي ذو طابع تعليمي يذكر فيه العديد من المبادئ والمفاهيم موضوعة بأمثلة عددية أو جبرية يستعين بها الطالب على "التدريب في كيفية التناول". واكتفى بتقديم المسائل تاركاً حلها للقارئ. وجُلَّ هذه المسائل توجد في كتب القدماء وخاصة في "كتاب الفخرى" للكراجي و"كتاب الجبر والمقابلة" لابن البناء<sup>27</sup>.

أما إبراهيم بن مصطفى الحلبي فقد أقدم على حل جميع المسائل الواردة في هذا الباب حلاً جبرياً مستعملاً الرموز المغربية مبيناً بذلك سيطرته على هذا المنهاج السريع والدقيق للوصول إلى النتيجة المرجوة.

نقدم في هذه الفقرة حلول إبراهيم الحلبي لبعض المسائل التي وردت في "الأمر الأول من الفصل الثاني من الباب الثالث"<sup>28</sup>:

<sup>27</sup> حققَ أَحمد سليم سعيدان كتاب الفخرى للكراجي وكتاب الجبر والمقابلة لابن البناء وفي ما يلي كل الإشارات إلى هذين الكتابين ترجع إلى كتابه: "تاريخ علم الجبر في العالم العربي".  
<sup>28</sup> صفحات 219 – 221 من تحقيقنا لشرح الأرجوزة الياسمينية.

مكعب، إذا زيد عليه أربعة أمثال مربع كعبه، كان المجتمع مربعاً، وإذا نقص منه خمسة أمثال مربعه، كان الباقي مربعاً.<sup>29</sup>

هذه المسألة هي من نوع الحساب الديوفنتي الذي يحلّ بالاعتماد على الاستقراء أي التجربة والخطأ<sup>30</sup>. يكتفي ابن الهائم بطرح المسألة ولم يقدم لها أي حلٍ ولم يتبه إبراهيم الحلبي إلى هذه المسألة ولم يقدم لها أي حلٍ في حاشيته (هامش ورقة 154ب).

**مربعان، مجموعهما مكعب**<sup>31</sup>.

هذه المسألة تقال سائلة لأن لها أجوبة عديدة<sup>32</sup>. يكتفي ابن الهائم بطرح المسألة وفرض أحد المجهولين مالاً والآخر أربعة أموال ولم يقدم لها أي حلٍ.

وقدم إبراهيم الحلبي حلّاً لهذه المسألة في حاشيته: المربع الأول 25 والثاني 100. (هامش ورقة 155أ)

**مربع ومكعب، مجموعهما مربع**<sup>33</sup>.

هذه المسألة هي أيضاً سائلة<sup>34</sup>. يكتفي ابن الهائم بطرح المسألة ويقترح "فرض المجهول الأول كعباً والمجهول الثاني ما شئنا من الأموال المجنورة" ولم يقدم لها أي حلٍ. أما إبراهيم الحلبي فهو يفترض المجهول الثاني أربعة أموال ومجموع المجهولين تسعه أموال والنتيجة 100 و125. (هامش ورقة 155).

**ثلاثة أموال، إذا طرح من مربع كل منها المال الذي يليه، يكون الباقي مربعاً**<sup>35</sup>.

يكتفي ابن الهائم بطرح المسألة ويفرض المجهول الأول: شيئاً وواحداً والمجهول الثاني: شيئاً وواحداً والمجهول الثالث أربعة أشياء وواحداً ولم يقدم لها أي حلٍ<sup>36</sup>. أما إبراهيم الحلبي فهو يقدم حلّه جبرياً كاملاً يؤدي إلى نتيجة عددية (هامش ورقة 154ب).

$$^{29} \begin{cases} x^3 + 4x^2 = \square \\ x^3 - 5x^2 = \square \end{cases}$$

<sup>30</sup> "كتاب الفخرى" (المسألة 37 صفة 303) ويقدم لها الكراجي حلًا كاملاً نتيجته بعد تحليل المسألة أن العدد المطلوب يساوي 21.

<sup>31</sup>  $y^2 + x^2 = \text{كعب}$

<sup>32</sup> "كتاب الفخرى" (المسألة 3 صفة 285). العددان المطلوبان 25 و 100.

$$^{33} \square = y^3 + x^2$$

<sup>34</sup> "كتاب الفخرى" (المسألة 23 صفة 296) ويقدم لها الكراجي حلًا كاملاً نتيجته بعد تحليل المسألة أن العدددين المطلوبين 64 و 512.

$$^{35} \begin{cases} x^2 - y = \square \\ y^2 - z = \square \\ z^2 - x = \square \end{cases}$$

<sup>36</sup> "كتاب الفخرى" (المسألة 12 صفة 249).

## صورة حل إبراهيم الحلبي في هامش ورقة 154 ب

أفرض المجهول الأول شيئاً وواحداً والمجهول الثاني شيئاً وواحداً  
والمجهول الثالث أربعة أشياء وواحداً:

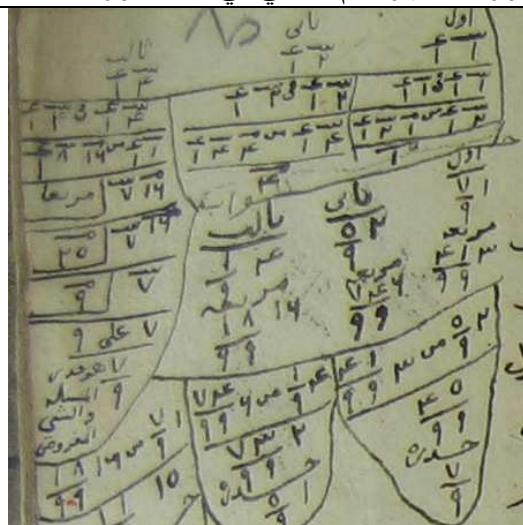
$$\begin{aligned} 1 + 4x & \quad 1 + 2x \quad 1 + x \\ & \quad 1 + 2x + x^2 = (1 + x)^2 \\ & \quad 1 + 4x + 4x^2 = (1 + 2x)^2 \\ & \quad 1 + 8x + 16x^2 = (1 + 4x)^2 \\ & .x^2 = (1 + 2x) - (1 + 2x + x^2) \\ & .4x^2 = (1 + 4x) - (1 + 4x + 4x^2) \\ & .7x + 16x^2 = (1 + x) - (1 + 8x + 16x^2) \\ & .7x + 16x^2 = 7x + 16x^2 \end{aligned}$$

مربعها

$$\frac{7}{9} = x \leftarrow 7x = 9x^2 \leftarrow 25x^2 = 7x + 16x^2$$

$$\frac{1}{9} + 4 \quad \frac{5}{9} + 2 \quad \text{الثاني: } \frac{7}{9} + 1 \quad \text{الثالث: } \frac{7}{9} + 2$$

$$\text{مربعه: } \frac{73}{81} + 16 \quad \text{مربعه: } \frac{43}{81} + 6 \quad \text{مربعه: } \frac{13}{81} + 3$$



ثلاثة ، أرادوا ابتياع دابة، فقال الأول للثاني: أعطني نصف ما معك على ما معى، ليتم معى ثمن الدابة. وقال الثاني للثالث: أعطني ثلث ما معك على ما معى، ليتم معى ثمنها. وقال الثالث للأول: أعطني ربع ما معك على ما معى، ليتم معى ثمنها.<sup>37</sup>

هذه المسألة هي أيضاً سائلة تؤدي إلى معادلتين خطيتين بثلاثة متغيرات وأجوبتها غير منتهية. فإذا فرض أحد المتغيرات معلوماً صار الجواب ممكناً<sup>38</sup>. يكتفي ابن الهائم بطرح المسألة ويفرض ما مع الأول: شيئاً، وما مع الثاني: درهمين، وما مع الثالث: ديناراً<sup>39</sup>. ولم يتم الحساب للوصول إلى الجواب. أما إبراهيم الحلبي فهو يحل المسألة جبرياً ويصل إلى معادلة أولى تكون فيها "الشيء عوضاً عن درهم وثلث دينار" وتؤدي هذه المعادلة إلى نتيجة عددية بعد تعويض الشيء في المعادلة الثانية. ويختتم حسابه بامتحان الجواب (هامش ورقة 155 ب).

---


$$^{37} x + \frac{y}{2} = y + \frac{z}{3} = z + \frac{x}{4}$$

<sup>38</sup> كتاب الجبر والمقابلة "لابن الهائم". (المسألة 3 صفحة 570).

<sup>39</sup> عند الجربين العرب تستعمل لفظات عديدة لتسمية المجهولات فيكون المجهول الأول "شيئاً" والثاني "ديناراً" والثالث "فلساً" والرابع "خاتماً" وهذه الألفاظ تتجرد من كل معنى آخر لها. أما ما يسمى بالعدد الثابت فتستعمل لفظتنا "درهم" أو "عدد". (أ.س. سعيدان صفحة 62).

### حل المسألة بالرّموز العصرية

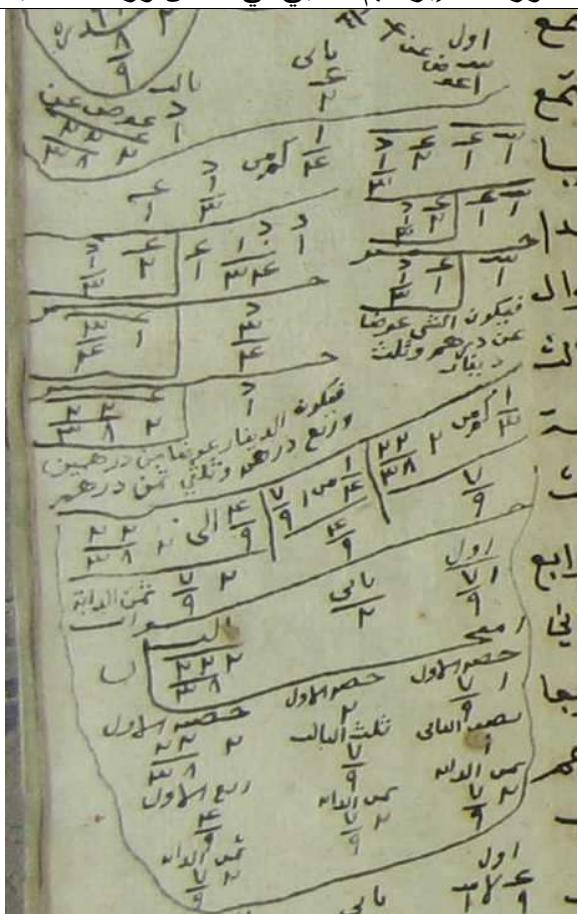
افرض الأول شيئاً والثاني درهمين والثالث ديناراً:

$$\begin{array}{ccc} z & 2 & x \\ \cdot \frac{z}{3} + 2 & & 1 + x \\ . \frac{z}{3} + 2 = 1 + x & & \\ . \frac{z}{3} + 1 = x & & \\ \text{فيكون الشيء عوضاً عن درهم وثلث دينار.} & & \\ ? \frac{z}{3} + 1 = \frac{1}{4} & & \\ (*) \quad \frac{z}{3} + 2 = (\frac{z}{12} + \frac{1}{4}) + z & & \\ \cdot \frac{3}{4} + 1 = \frac{3z}{4} & & \\ \cdot \frac{7}{3} = z & & \end{array}$$

فيكون الدينار عوضاً عن درهمين وربع درهم وثلثي ثمن درهم.

$$\begin{array}{l} \frac{1}{3} \text{ كم من } ? \frac{7}{3} \\ \frac{1}{9} \text{ كم من } ? \frac{7}{9} \\ \frac{4}{9} \text{ كم من } ? \frac{25}{9} \text{ إلى } \frac{4}{9} \text{ ثمن الدابة.} \\ \text{الأول : } \frac{16}{9} - \text{ الثاني : } 2 - \text{ الثالث : } \frac{7}{3} \\ \text{امتحان} \end{array}$$

صورة حل إبراهيم الحلبي في هامش ورقة 155 ب



وقد خطأ في هذا السطر أصلح في السطر الموالي (\*)

ثلاثة أموال مختلفة، إذا زيد على الأول نصف الثاني ودرهم اجتمع عشرة وإن زيد على الثاني  
ثلث الثالث ودرهماً اجتمع عشرون وإن زيد على الثالث ربع الأول وثلاثة دراهم اجتمع  
ثلاثون.<sup>40</sup>

$$40 \left\{ \begin{array}{l} x + \frac{1}{2}y + 1 = 10 \\ y + \frac{1}{3}z + 2 = 20 \\ z + \frac{1}{4}x + 3 = 30 \end{array} \right.$$

هذه المسألة هي من مبتكرات ابن الهائم وهي أيضا سيالة تؤدي إلى ثلات معادلات خطية بثلاثة متغيرات فإذا فرض أحد المتغيرات معلوماً أفضت إلى معادلين وصار الجواب ممكناً.  
هذا المنهاج هو الذي اقرره ابن الهائم بفرض المال الثاني مساوياً لشيء والجهول الأول تسعه إلا نصف شيء والثالث ديناراً ولكنه لم يواصل تحليله المؤدي إلى جواب المسألة.  
أما إبراهيم الحلبي فقد قام بتحليل المسألة ووصل إلى النتيجة<sup>41</sup>.  
المال الأول:  $\frac{3}{5}$  والثاني:  $\frac{4}{5}$  والثالث:  $\frac{1}{5}$  ويختتم حسابه بامتحان الجواب (هامش ورقة 155ب).

ثلاثة أموال، مجموع الأول والثاني: عشرون، والثاني مع الثالث: ثلاثون، والثالث مع الأول:  
أربعون<sup>42</sup>.

هذه المسألة هي أيضا سيالة<sup>43</sup>. يكفي ابن الهائم بطرح المسألة وبفرض مجموع الأموال الثلاثة: شيئاً ولم يقدم لها أي حل.  
أما إبراهيم الحلبي فقد قام بتحليل المسألة ووصل إلى النتيجة. الشيء: 45 والمال الأول: 15 والثاني:  
5 والثالث: 25 ويختتم حسابه بامتحان الجواب (هامش ورقة 155ب).

أربعة أموال، مجموع الأول والثاني والثالث: ثلاثون، والثاني والثالث والرابع: خمسة وأربعون،  
والثالث والرابع والأول: أربعون، والرابع والأول والثاني: خمسة وثلاثون<sup>44</sup>.

هذه المسألة هي أيضا سيالة<sup>45</sup>.  
يكفي ابن الهائم بطرح المسألة وبفرض مجموع الأموال الأربعة: شيئاً ولم يقدم لها أي حل.  
أما إبراهيم الحلبي فقد قام بتحليل المسألة ووصل إلى النتيجة. الشيء: 50 والمال الأول: 5 والثاني:  
10 والثالث: 15 والرابع: 20. يختتم حسابه بامتحان الجواب (هامش ورقة 155ب).

<sup>41</sup> النتيجة بالرموز العصرية للكسور: المال الأول:  $\frac{108}{25}$  والثاني:  $\frac{234}{25}$  والثالث:  $\frac{648}{25}$ .

<sup>42</sup> 
$$\begin{cases} x + y = 20 \\ y + z = 30 \\ z + x = 40 \end{cases}$$

<sup>43</sup> "كتاب الفخرى" (المسألة 24 صفحة 221).

<sup>44</sup> 
$$\begin{cases} x + y + z = 30 \\ y + z + u = 45 \\ z + u + x = 40 \\ u + x + y = 35 \end{cases}$$

<sup>45</sup> "كتاب الفخرى" (المسألة 25 صفحة 222).

رأينا أهمية مخطوط لا له لي 2/2134 في أول وهلة عندما عثرنا عليه في المكتبة السليمانية بإسطنبول وبأن لنا بلا أي شك تشابهه مع مخطوط جربة الذي درسناه سابقاً درساً معمقاً. فبحثنا عن كاتب هذا المخطوط وتساءلنا عن مدى انتشار استعمال الرموز المغربية في القرن 12هـ/18م لحل المسائل الحسابية والجبرية. كما أثبتنا أنّ كاتب هوامش ورقات مخطوط لا له لي 2/2134 هو إبراهيم بن مصطفى الحلبي المشهور سابقاً كأستاذ في الفقه الحنفي بالأزرهر ولم يكن يُعرف عند المؤرّخين العرب باهتمامه بالحساب عكس تأكيد المؤرّخين الأتراك على أعماله الرياضية ومكانته الرفيعة في إسطنبول كأستاذ في المدارس العثمانية وأبرزنا جوانب عديدة من تمكّن إبراهيم بن مصطفى الحلبي من المفاهيم الرياضية واستعماله المكثف للرموز المغربية في حل المسائل الحسابية والجبرية.

وبينما أنّ مخطوط جربة لا يعود أن يكون سوى نسخة جيدة ومتقدمة لمخطوط لا له لي 2/2134.

وأوضح لنا، بعد فحص العديد من المخطوطات في الحساب والجبر الموجودة حالياً بالمكتبة السليمانية بإسطنبول، أنّ استعمال الرموز المغربية انتشر انتشاراً كبيراً بين طلبة مصطفى صدقى العالم العثماني في الرياضيات والفالك، وكان إبراهيم بن مصطفى الحلبي وشاكر زاده ومحمد حمود الباز التونسي من بينهم، على أن هذه الظاهرة تحتاج إلى مواصلة البحث المعمق.

## المراجع

### أ. المخطوطات المحققة

- ابن البناء (ت. 721/1321) : « كتاب الجبر والمقابلة »، تحقيق أحمد سليم سعيدان في كتابه « تاريخ علم الجبر في العالم العربي »، الكويت. (1985)
- ابن الهائم (ت. 815/1412) : « شرح الأرجوزة الياسمينية في الجبر والم مقابلة لابن الهائم المصري »، تحقيق المهدى عبد الجود، منشورات الجمعية التونسية للعلوم الرياضية، تونس 2003.
- ابن غازى المكناوى (ت. 891/1468) : « بغية الطلاب فى شرح منية الحساب »، تحقيق محمد سويسى، جامعة حلب 1983.
- القطروانى (القرن 9هـ/15م) : « رشفة الرضاب فى ثغور أعمال الحساب »، تحقيق حميدة الهايفى، جامعة تونس 1998.
- القلصادى (ت. 891/1468) : « التبصرة الواضحة من مسائل الأعداد اللاحقة »، تحقيق حميدة الهايفى، جامعة تونس 1994.
- الكريجى أبو بكر (أو الكرخي) (ت. 421/1030) : « كتاب الفخرى »، تحقيق أحمد سليم سعيدان في كتابه « تاريخ علم الجبر في العالم العربي »، الكويت. (1985)

### ب. الكتب والبحوث باللغة العربية

- أحمد سليم سعيدان (1985) : « تاريخ علم الجبر في العالم العربي »، الكويت.
- بطرس البستانى (1956) : « كتاب دائرة المعارف »، بيروت.
- جلال شوقي (1988) : « منظومات ابن الياسمين في أعمال الجبر والم مقابلة »، مؤسسة الكويت للتقدم العلمي.
- جاجى خليفة (1980) : « كشف الظنون عن أسامي الكتب والفنون »، بيروت.
- خير الدين الزركلى (1980) : « الأعلام »، بيروت.
- عمر رضا كحالة (1993) : « معجم المؤلفين »، دمشق.
- مصطفى موالدى (2006) : « تاريخ العلوم العربية في حلب وعلمائها ومؤلفاتهم »، الندوة الدولية حول النتاج العلم والفكري لمدينة حلب عبر العصور، معهد التراث العلمي العربي، حلب.
- يوسف قرقور : (1990) « الأعمال الرياضية لأبن قندق القسطيوني »، أطروحة ماجستير، المدرسة العليا للأساتذة، الجزائر.

### ت. المراجع الأجنبية

Abdeljaouad Mahdi (2007), La circulation des symboles mathématiques maghrébins entre l'Ouest et l'Est musulman, Actes du 9e Colloque Maghrébin sur l'Histoire des Mathématiques arabes, Tipaza (en cours de publication)

- Abdeljaouad Mahdi (2005), Le manuscrit de Jerba : une pratique des symboles algébriques maghrébins en pleine maturité, *Actes du 7e Colloque Maghrébin sur l'Histoire des Mathématiques arabes*, Vol. 2, pp. 9-98.  
 Marrakech : Ecole normale supérieure
- Brockelmann: *Geschichte der arabischen Litteratur II.*  
*Encyclopédie de l'Islam* (1975), Leiden : Brill, 1975.
- Djebbar Ahmed (2006), Les traditions mathématiques d'al-Andalus et du Maghreb en Orient : L'exemple d'Ibn al-Majdi, Actes du 8e colloque maghrébin sur l'histoire des mathématiques arabes, Tunis : ATSM. (pp. 155 – 184).
- Djebbar Ahmed (1990), *Mathématiques et mathématiciens dans le Maghreb médiéval (IXe – XVIe s.)*, Thèse de doctorat, Université de Nantes.
- Gibb-Kramers (1974), *Encyclopaedia of Islam*, Leiden : Brill, 1974.
- Ihsanoğlu E., Sesen R., Izgi C., Akpinar C., Fazlioğlu I. (1997), *Osmanlı Matematik Literatürü Tarihi* (OMLT), CIRCA : Istanbul.
- Ihsanoğlu E., Sesen R., Izgi C., Akpinar C., Fazlioğlu I. (1998), *Osmanlı Astronomi Literatürü Tarihi* (OALT), CIRCA : Istanbul.
- Rosenfeld B.A., Ihsanoğlu E. (2003), *Mathematicians, astronomers and other scholars of Islamic civilization and their works (7th-19th c.)*, CIRCA: Istanbul.
- Salih Zéky Efendi, Notation algébrique chez les Orientaux, *Journal Asiatique* (Série 9), 11, 1898, pp. 35 – 52.