

La rédaction de *L'istikmāl d'al-Mu'taman* (XI^e s.) par Ibn Sartāq, un mathématicien des XIII^e–XIV^e siècles

AHMED DJEBBAR

Département de Mathématique, Université de Paris-Sud, 91405 Orsay Cedex, France

In this note, we present a 14th-century manuscript which has not been studied before. It contains a complete redaction of the *Kitāb al-Istikmāl* by the Andalusian mathematician, al-Mu'taman ibn Hud (11th century), and informs us about the missing pieces of al-Mu'taman's book and about the content of his initial project that had never been completed. © 1997 Academic Press

Nous présentons, dans cette note, un manuscrit du XIV^e siècle qui n'a pas été étudié auparavant. Ce manuscrit, qui contient une rédaction complète du *Kitāb al-Istikmāl* du mathématicien andalou, al-Mu'taman ibn Hud (XI^e s.), nous renseigne sur les fragments manquants du livre de ce dernier et sur le contenu de son projet initial dont la réalisation est restée inachevée. © 1997 Academic Press

نقدم في هذه المذكرة مخطوطا من القرن الرابع عشر الميلادي لم يدرس بعد . إن هذا المخطوط ، الذي يتضمّن تحريرا كاملا لكتاب الإستكمال للرياضي الأندلسي المؤمن بن هود (ق. 11) ، يخبرنا عن الفقرات المفقودة لهذا الكتاب وعن مضمون مشروع مؤلفه الذي بقي غير مستكمل .

© 1997 Academic Press

MSC 1991 subject classification: 01A30.

KEY WORDS: Medieval Islamic mathematics, Andalus, al-Mu'taman, transmission.

Depuis une dizaine d'années, une série d'études a été consacrée au mathématicien andalou du XI^e siècle al-Mu'taman, au contenu de son important *Kitāb al-Istikmāl* [Livre de la perfection] et à la transmission de ce contenu vers le Maghreb et vers l'Orient musulman, par l'intermédiaire de l'enseignement ou de nouveaux ouvrages s'en inspirant [1–3; 7–14]. Ces études ont été rendues possibles grâce, essentiellement, à la découverte et à l'identification, il y a une dizaine d'années, d'un certain nombre de manuscrits anonymes contenant la plus grande partie de ce traité [7], mais grâce aussi à l'existence de sources maghrébines et orientales postérieures au XI^e siècle qui reprennent partiellement ou totalement les sujets traités dans le livre d'al-Mu'taman [2; 7].

Parmi ces sources, la plus importante est incontestablement un ouvrage du XIV^e siècle dont on ne connaissait auparavant qu'une variante du titre, *al-Ikmāl fi r-riyyādī* [L'Achèvement en mathématique] et quelques informations sur son contenu, mais dont deux copies sont aujourd'hui disponibles. Les informations en question se trouvent dans des notes éparpillées dans les marges de quelques pages d'un manuscrit d'Istanbul (Aya Sofya 4830, ff. 108b, 165a, 169a, 171a, 178b). Dans ces

notes, écrites en 1327, l'auteur, qui s'appelle Ibn Sartāq, présentait son livre comme une rédaction du *Kitāb al-Istikmāl* du roi de Saragosse, al-Mu'taman (1081–1085). Ceci lui donnait une double importance aux yeux du chercheur.

En premier lieu, et en l'absence d'une copie complète du traité d'al-Mu'taman, cette rédaction permet de combler les lacunes des différents manuscrits de l'*Istikmāl* qui nous sont parvenus. Elle aide ainsi à mieux cerner les contours de l'ensemble du projet d'al-Mu'taman, qui devait comprendre deux parties. On sait que seule la première, appelée "*Premier genre*" et traitant de certains aspects théoriques des mathématiques d'alors, a été complètement rédigée par l'auteur. Quant à la deuxième partie, intitulée "*Second genre*," elle devait être consacrée aux aspects pratiques des mathématiques. Nous savions, grâce aux sources qui étaient jusque là disponibles, qu'al-Mu'taman est mort avant d'avoir achevé cette deuxième partie, mais aucune information ne nous était parvenue au sujet de son contenu tel qu'il avait été projeté par son auteur.

En second lieu, la rédaction d'Ibn Sartāq est un des rares témoignages d'un phénomène non encore étudié qui est la circulation des ouvrages mathématiques arabes d'Ouest en Est et leur influence éventuelle sur les traditions scientifiques locales. Nous sommes relativement mieux informés sur la transmission des ouvrages grecs et arabes classiques de l'Orient vers l'Occident musulman et plus particulièrement vers l'Andalus, mais en ce qui concerne le phénomène inverse, les seuls témoignages dont nous disposons concernent des écrits de la tradition maghrébine qui sont diffusés en Egypte, à partir du XIV^e siècle [3].

Cette note contient une présentation rapide de l'ouvrage d'Ibn Sartāq à travers les deux copies existantes. La première se trouve au Caire dans un manuscrit qui contient également un petit opuscule du même auteur traitant de la composition des rapports (Ms. Le Caire, Bibliothèque de l'Université 23029).¹ Cette copie, qui est complète, a été réalisée en 1314, du vivant de l'auteur car certaines pages sont annotées de sa propre main. La seconde copie, réalisée en 1313, se trouve à la Bibliothèque de l'Askeri Müze d'Istanbul. Elle est également complète et précédée du même opuscule relatif aux rapports (Ms. Istanbul, Askeri Müze 64).²

Le nom complet de l'auteur est: Shams ad-Dīn Muḥammad ibn Sartāq ibn Jūbān ibn Sharkīr ibn Muḥammad ibn Sartāq al-Wararqīnī (ou al-Wararqaynī) puis al-Marāghī. Ce nom est écrit sur la page de garde du manuscrit du Caire (f. 1a) et il est reproduit quelques pages plus loin (f. 6a). Al-Juwaynī (m. 1283) nous apprend que le prénom Sartāq a été porté par un arrière petit-fils de Gengis Khān (1167–1227) [16, 223],³ ce qui laisse à penser que notre mathématicien a peut-être des liens avec des familles mongoles qui se sont installées en Asie Centrale. Il est possible aussi qu'il ait une ascendance turque. Quoi qu'il en soit, l'auteur pourrait

¹ Nous tenons à exprimer nos plus vifs remerciements à M. Ihsan Fazlioglu, de l'Université d'Istanbul, qui a mis à notre disposition une copie de ce manuscrit.

² Cette information nous a été aimablement communiquée par M. Ihsan Fazlioglu. Nous tenons à remercier vivement la Direction de l'Askeri Müze qui nous a permis de consulter cette copie.

³ Cette information nous a été aimablement communiquée par M. Mohammad Bagheri (Encyclopaedia Islamica Foundation—Téhéran).

être originaire du village de Wararqān que le géographe du X^e siècle, al-Iṣṭakhrī, situait précisément dans la région du Kūhistan [15, 85]. Il semble aussi qu'Ibn Sartāq se soit installé durablement à Marāgha, la capitale de l'Azerbaïdjan iranien, mais qu'il ait séjourné un certain temps à Nakīsar, (probablement la ville de Niksar en Asie Mineure), et qu'il en ait fréquenté, en 1326–27, la Madrasa (collège supérieur) qu'il surnomme lui-même “*Niṣāmiya mulkiya*.” Cela signifie que cet établissement faisait partie de la catégorie des institutions d'enseignement supérieur qui vont se multiplier dans tout l'Orient musulman à partir de la fin du XI^e siècle et qui sont construits sur le modèle réalisé à Bagdad par Niṣām al-Mulk (m. 1092), le ministre des sultans seljoukides Alp Arslān et Malik Shāh [17].

Comme la copie du Caire a été réalisée à Nakīsar, en 1314, et qu'elle est annotée de la main de l'auteur, il est possible que ce dernier ait séjourné dans cette ville depuis cette date jusqu'en 1327. Il est également possible qu'il ait exercé, dans cette ville ou à Marāgha, la fonction de juge suprême comme nous autorise à le penser le titre de Qaḍī al-quḍāt [Juge des juges] que lui attribue le copiste.

Le manuscrit du Caire contient 446 pages à raison de 25 lignes par page, d'une écriture naskhī ordinaire, fine et serrée (entre 15 et 20 mots par ligne). La copie a été réalisée par Dāwud ibn Maḥmūd ibn Muḥammad al-Qayṣart.⁴ Les neuf premières pages du manuscrit (ff. 1b-5b) contiennent un autre écrit de l'auteur, intitulé *Uṣūl al-handasa* [Les Fondements de la géométrie], qui traite des notions d'égalité de rapports et de composition de rapports. Le texte a été rédigé avant l'*Ikmāl* car on trouve dans ce dernier ouvrage deux références explicites à l'opuscule sur les rapports. Dans la première référence, l'auteur dit : “J'ai rédigé une épître sur l'état des multiples évoqués, sur la proportionnalité et sur leur inversion et qui contient les fondements de la composition de rapports; et elle est [conçue] comme un commentaire aux prémisses des cinquième et sixième Livres [des *Éléments*] d'Euclide” (f. 41b). Dans la seconde il dit : “La démonstration de la composition et de la séparation dans les rapports inégaux est simple pour celui qui les a établies dans les rapports égaux et nous l'avons exposée dans l'épître, intitulée *al-Uṣūl al-handasiya* [les Fondements géométriques], sur l'explication de l'état des multiples et de la composition dans le rapport” (f. 153a).

Cet opuscule sur les rapports est intéressant en lui-même car son contenu s'inscrit dans la double tradition gréco-arabe concernant l'égalité et l'inégalité des rapports : celle qui se rattache à la définition 5 du Livre V des *Éléments* et qui utilise la comparaison des multiples des grandeurs données, et celle qui repose sur le procédé de l'*anthyphérèse* [5; 6, II:120–129; 21, 41–46, 515–523].

Le *Ikmāl* d'Ibn Sartāq occupe les 437 pages restantes du manuscrit du Caire (ff. 6b–225a). Il a été rédigé entre 1274, date de la mort du grand mathématicien Naṣīr

⁴ La copie d'Istanbul a appartenu à la bibliothèque du Sultan ottoman Muḥammad II (al-Fatih) (1441–1481) puis à celle de son fils Bayazid II (1481–1512). Elle est d'une belle écriture *naskhī* et les figures sont en rouge et très soignées. Elle contient 579 pages, à raison de 25 lignes par page. L'opuscule sur les rapports occupe les 11 premières pages (ff. 1b–6b). Les pages restantes contiennent l'*Ikmāl* (ff. 6b–290b).

ad-Dīn aṭ-Ṭūsī (qui est cité par l'auteur (f. 204b)), et 1313, date de la copie d'Istanbul. Son introduction est en deux parties, séparées par un espace vierge de 4 lignes qui est le résultat du grattage d'un passage qui a été heureusement conservé dans la copie d'Istanbul.

La première partie de l'introduction, dont Ibn Sartāq est l'auteur, est une glorification de Dieu et du Prophète abondant en termes mathématiques et philosophiques. Elle se termine par la présentation du projet de l'auteur, exprimé en ces termes : "Lorsque Dieu m'a rendu apte à la rédaction du *Kitāb al-istikmāl*—qui a été rédigé par le Prince al-Mu'taman bi l-Lāh Abū °Amir Yūsuf ibn al-Muqtadir bi l-Llāh Abī Ja'far Aḥmad ibn al-Musta'īn bi l-Lāh Sulaymān ibn Muḥammad Ibn Hud al-Judhāmī as-Saraqusṭī, que Dieu sanctifie son âme et rafraîchisse sa sépulture-, [et ce] avec concision et sans lacune, pour en compléter la majorité des propositions, en résoudre et en dévoiler les difficultés, en mettre en évidence celles qui y étaient inhérentes, [et ce] en utilisant l'esprit et en fournissant l'effort [nécessaire], avec l'aide de Dieu, le Véridique, l'Adoré. Et je l'ai appelé *Ikmāl ar-riyyādī* [L'Achèvement des mathématiques]."

Ce titre qui est reproduit par l'auteur lui-même, à différents endroits du manuscrit (ff. 6a, 6b, 225a), est légèrement différent de celui que l'auteur a noté, en marge du manuscrit Aya Sofya 4830 (f. 178b) et qui est *al-Ikmāl fī r-riyyādī* [L'Achèvement en mathématique]. Il est également différent de celui que l'on peut lire dans le passage du manuscrit d'Istanbul (qui a été supprimé dans la copie du Caire). Dans ce passage, l'auteur intitule son livre *al-Ikmāl al-Aṣṭī* et il le dédie à son professeur Aṣīl ad-Dīn aṭ-Ṭūsī (m. 1315), un des fils du mathématicien et astronome Naṣīr ad-Dīn aṭ-Ṭūsī [18, I:183; 19, II(2):1012].

La seconde partie de l'introduction d'Ibn Sartāq semble reprendre le contenu de l'introduction perdue de l'*Istikmāl* d'al-Mu'taman. Elle commence par une définition de la philosophie et de ses subdivisions et elle se poursuit par l'énoncé des titres des chapitres du premier volume de l'ouvrage qu'al-Mu'taman a effectivement rédigé, puis par les titres des chapitres du second volume qu'il n'a pas eu le temps de publier. Elle s'achève par l'énoncé d'un certain nombre de "notions communes."⁵

⁵ Voici le passage concernant les subdivisions de la philosophie: "La philosophie est la perception des choses et le jugement de ce qu'elles sont à l'aide de leurs relations affirmatives et négatives et ce selon l'aptitude humaine. Si le but [visé] à travers elle est l'action selon la manière la plus juste et utile dans le monde ici-bas et dans l'au-delà, et ce par la connaissance des choses liées à notre acte, c'est alors la [philosophie] pratique. Sinon, c'est la [philosophie] théorique. Si, du point de vue de sa quiddité ou d'une partie de ses éléments [*afrād*] -non [au sens] de nombre [impair]-, son sujet est dépouillé de la matière, c'est la métaphysique. On réserve au second de ces deux sujets le nom de "questions générales," la métaphysique s'occupant essentiellement du premier sujet. Sinon, si son sujet est la quantité continue ou discrète, c'est la mathématique. Et ce dont le sujet est la [quantité] continue, c'est la géométrie, l'autre étant le calcul. Autrement, c'est la physique et nous rattachons à celle-ci la plupart de ce qui est appelé science. Si elle est dite en association avec certains sujets dans certaines parties, le domaine qui l'étudie est différent, comme la grammaire, la morphologie et leurs semblables. Mais ce n'est pas, ici, le lieu d'être prolix dans leur explicitation. Quant à leurs vertus, elles sont de se parer de l'éthique de Dieu le très Haut, car c'est lui le sage et le savant" (f. 6b). (Voir Appendice, lignes 1–12, pour le texte arabe.)

Cela dit, Ibn Sartaq ne présente pas cette introduction sous forme de citations puisqu'il dit: "J'ai suivi l'exemple d'al-Mu'taman dans ce qu'il a désiré mettre en introduction" (f. 6b). Mais comme les paragraphes de cette partie sont indissociables au niveau du sens, on peut considérer que nous avons bien là l'essentiel du propos d'al-Mu'taman.

Après avoir rappelé la définition de la philosophie et ses subdivisions, Ibn Sartaq ajoute: "Comme les preuves des sciences mathématiques sont plus puissantes, voir même, parce qu'elles sont sûres, [alors] que les autres sont du domaine de ce qui est le plus semblable et le plus analogue, on s'est, le plus souvent et prioritairement, préoccupé de ces dernières. [Quant à nous,] nous avons été amené à ordonner cet ouvrage et à en circonscrire les thèmes aux divisions qui sont, selon la première classification, de deux genres, parce que la quantité qui est étudiée soit n'est pas prise en considération avec ce qui constitue son sujet soit elle l'est avec lui." Puis, il donne les titres des cinq espèces du premier genre, qui constituent le premier volume de l'*Istikmāl*, et qui correspondent exactement à ce que nous pouvons lire dans les manuscrits existants [7].⁶

Quant au second volume de l'*Istikmāl*, son contenu, qui devait correspondre au "second genre" et qui concernait, comme dit Ibn Sartaq "la géométrie matérielle," il devait être composé des cinq espèces suivantes:

(a) la science des graves et des automates et les propriétés dont ils font montre lorsqu'ils sont considérés individuellement ou en corrélation.

(b) la science de la musique et la mise en évidence des particularités des notes selon qu'elles sont considérées individuellement ou en corrélation et en fonction de leurs [différentes] catégories.

(g) la science de l'optique, des lumières et des rayons [lumineux] selon les objets sur lesquels ils tombent.

(d) la science de la structure de l'univers et de l'étude des mouvements des corps célestes jusqu'au point où l'homme peut y parvenir.

(e) la science de l'analyse et de la synthèse selon un point de vue global.

Il n'échappe à personne que chacune de ces espèces se subdivise en catégories et celles-ci en parties plus petites (f. 7a) (Appendice, lignes 24–31).

La dernière partie de l'introduction est intitulée "Preliminaires générales [valables] pour le tout." Elle contient deux groupes de "notions communes." Le premier reprend, dans une formulation et un ordre différent, ce qu'al-Mu'taman avait appelé *ʿilm jāmiʿ* [science universelle] et qu'il avait inséré dans la première espèce de l'*Istikmāl*, consacrée à la matière des livres arithmétiques des *Éléments* d'Euclide et à l'épître sur les nombres amiables de Thābit Ibn Qurra (m. 901) [4; 5]. Ce groupe est constitué de notions dont huit sont reprises de la version arabe "Ishāq-

⁶ Ibn Sartaq les formule ainsi: "Le premier (genre) est la géométrie pure et elle est en cinq espèces: (a) la science du nombre, (b) la science des lignes, des plans et des angles, sans considérer leurs relations mutuelles, (c) la même (science, mais) en considérant (cette fois) leurs relations mutuelles, (d) la science des espèces de solides et des sections qui y sont engendrées, sans considérer leurs relations mutuelles, (e) la même (science, mais) en considérant (cette fois) leurs relations mutuelles" (ff. 6b–7a) (Appendice, lignes 17–23).

Thābit” du Livre I des *Éléments*.⁷ La 9^e a été ajoutée par al-Mu’taman.⁸ Le second groupe contient trois notions: l’une d’elles (qu’Ibn Sartāq a mise au début de ses préliminaires), ne se trouve ni chez Euclide ni chez al-Mu’taman. Elle est formulée ainsi : “*L’affirmation et la négation ne s’assemblent pas.*” Les deux autres ne sont en fait que des conséquences d’autres notions du Livre I.

Quant à la méthode suivie par Ibn Sartāq dans la rédaction de son livre, il nous l’expose lui-même en ces termes: “S’il m’arrive, à l’avenir, d’introduire certains éclaircissements, je dirai à la fin (de ces éclaircissements) “*ceci est une remarque utile.*” Et s’il m’arrive de compléter une proposition . . . , je dirai à la fin (de cette addition): “*ceci est un complément,*” ou plus simplement, je dirai : “*ceci a été rédigé (autrement)*” ou quelque chose de semblable. Et je ne revendiquerai rien de [tout] cela, car le mérite en revient à Dieu le très Haut et la priorité à al-Mu’taman” (ff. 9b-10a).

En fait, il arrive à l’auteur de prendre d’autres initiatives au cours de la rédaction de *l’Istikmāl*, comme celles d’abrégé ou de simplifier une preuve (f. 74b), d’en proposer une autre (ff. 14a, 19b, 36b), de changer l’ordre de certaines propositions (f. 63a–b), d’ajouter une analyse à la synthèse donnée par al-Mu’taman (f. 56b), etc. Comme le montre l’analyse comparative, cette démarche d’Ibn Sartāq enrichit le contenu de l’ouvrage d’al-Mu’taman tout en respectant, dans le détail, son agencement interne; ceci permet de reconstituer les parties de *l’Istikmāl* qui sont absentes des manuscrits existants.

Un autre élément intéressant concerne les auteurs évoqués par Ibn Sartāq. Contrairement à al-Mu’taman qui ne renvoie à aucun mathématicien ni à aucun ouvrage grec ou arabe, alors qu’il en a utilisé un nombre important [11], Ibn Sartāq évoque explicitement Euclide (f. 70b), les *Coniques* d’Apollonius (f. 163b), Menélaus et Théodose (f. 160b), les frères Banū Mūsā (f. 45b) et Naṣīr ad-Dīn aṭ-Ṭūsī (f. 204b). Mais, la seule citation insérée dans le livre, et qui est un commentaire philosophique sur les sections coniques, est attribuée à un auteur qu’Ibn Sartāq appelle aṭ-Ṭāmātī (f. 177a) et dont le nom pourrait avoir un lien quelconque avec les “gens de Ṭāmāt” connus pour leurs orientations mystiques [20, 2:927].

Comme on vient de le voir pour certains aspects, l’intérêt de *l’Ikmāl* d’Ibn Sartāq ne réside pas seulement dans les informations qu’il renferme au sujet du livre d’al-Mu’taman. La manière dont Ibn Sartāq a rédigé le contenu de *l’Istikmāl*, la variété et la richesse des compléments qu’il a introduits et la terminologie mathématique et parfois philosophique qu’il a utilisée, sont autant d’éléments qui contribuent à

⁷ Ibn Sartāq les formule ainsi: “Le tout est plus grand que la partie. Les choses qui en elles-mêmes ou dont des multiples ou une même partie ou des mêmes parties, sont égales à une même chose, ainsi que celles dont chacune d’elles excède tout ce que l’autre excède ou celles dont chacune d’elles est inférieure à tout ce à quoi l’autre est inférieure, de sorte qu’elles ne diffèrent en rien, [toutes ces choses] sont égales, soit en devenant égales soit en restant égales. Si on ajoute à des choses égales, ou si on leur retranche, une chose égale, elles deviennent ou restent égales. Si on retranche de [choses inégales] des choses égales, ou de [choses] égales des choses inégales, ou si on les leur ajoute, alors elles restent ou deviennent égales” (f. 7a).

⁸ Elle est formulée ainsi: “Si deux choses sont telles que chacune est plus grande que tout ce dont l’autre est plus grande, et plus petite que tout ce dont l’autre est plus petite, alors elles sont toutes les deux égales.”

faire de *l'Ikmāl* un précieux témoin de la tradition mathématique d'Orient et du niveau auquel se maintenait encore cette tradition, au XIV^e siècle, dans certains cercles scientifiques.

APPENDICE

Le contenu de l'Introduction perdue du *Kitāb al-Istikmāl* d'al-Mu'taman selon la rédaction d'Ibn Sartaq

- [f. 6b] الحكمة تصور الأشياء والتصديق بنسبها الإيجابية والسلبية على ما هي عليه بحسب الطاقة البشرية . فإن كان الغرض منها العمل على الوجه الأعزل النافع في العاجل والأجل ، وهي بعلم الأشياء التي تتعلق بفعلنا ، فهي العملية . وإلا ، فهي العلمية . وهي ، إن كان موضوعها بحسب ماهيته أو بعض أفرادها ، لا العدد ، مجرداً عن المادة ، فهي الإلهي . والثاني من هذين يخص باسم الأمور العامة . ويتصرف مطلق الإلهي إلى الموضوع الأول .
- 5 وإلا ، فإن كان موضوعها الكم المتصل والمنفصل ، فهي التعليمي . وما موضوعه المتصل ، منهما ، الهندسة ، والآخر الحساب .
- وإلا ، فهي الطبيعية . فقد اندرج فيه كثير مما يسمى بالعلم ، ولو قيل باشتراك بعض الموضوعات في بعض الأقسام . فالجهة الباحثة عنها مختلفة ، مثل النحو والصرف 10 وأمثالهما ، وليس هذا موضع الإطناب في بيانها . وأما فضيلتها ، فهي التخلق بأخلاق الله تعالى وهو الحكيم العليم .
- وأيضا ، لما كان براهين التعليمي أقوى ، بل هي اليقينية ، وغيرها على سبيل الأشبه والأخرى ، صار العناية به أكثر وأولى ، وصرنا نرتب هذا الكتاب ونجعل مباحثه مقصورة على أقسامه . وهو ، بالقسمة الأولى ، جنسان ، لأن الكم المبحوث عنه إما أن لا 15 يؤخذ مع ما يقوم هو به من موضوعه ، أو يؤخذ معه .
- والأول هو الهندسة الصرفة وهو على خمسة أنواع فـ :
- ا : علم العدد ؛
- ب : علم الخطوط والسطوح والزوايا من غير إضافة بعضها // [f. 7a] إلى بعض ؛
- ج : هو بحسب الإضافة ؛ 20
- د : علم أنواع المجسمات والقطوع الحادثة فيها من غير إضافة ؛
- هـ : هو بحسب الإضافة .
- والثاني ، وهو الهندسة المادية ، أيضا خمسة أنواع . فـ :
- ا : علم الأثقال والحيل وما يعرض من خواصها ، مفردة ومضافة .
- ب : علم الموسيقى وتبيين ما يعرض من خواص إيقاعاتها ، مفردة ومضافة بحسب 25 أصنافها .
- ج : علم المناظر والأضواء والشعاعات بحسب الأشياء التي تقع عليها .
- د : علم هيئة الكل وتحصيل حركات الأفلاك لغاية ما من شأن الإنسان دركه .
- هـ : علم التحليل والتركيب على الوجه الكلي .
- ولا خفاء في أن كل نوع من هذه الأنواع ينقسم إلى أصنافه وما دون ذلك من 30 جزئياتها . وسيُبين كل في موضعه ، إن شاء الله العزيز .

REFERENCES

1. Ahmed Djebbar, Deux mathématiciens peu connus de l'Espagne du XI^e siècle: al-Mu'taman et Ibn Sayyid, in *Vestigia Mathematica: Studies in Medieval and Early Modern Mathematics in Honour of H.L.L. Busard*, ed. Menso Folkerts et Jan P. Hogendijk, Amsterdam/Atlanta: Rodopi, 1993, pp. 79–91. [Texte d'une communication présentée au Colloque international sur les mathématiques autour de la Méditerranée jusqu'au XVII^e siècle, Marseille-Luminy, 16–21 Avril, 1984.]
2. Ahmed Djebbar, Al-iṣhām ar-riyyāḍī li l-Mu'taman wa ta'thīrūhū fi l-Maghrib [La contribution mathématique d'al-Mu'taman et son influence au Maghreb, Colloque Maghrébin de Bayt al-Ḥikma sur "Le patrimoine scientifique arabe," Carthage (Tunisie), 14–15 Février 1986], in: *Tārikh al-ʿulūm ʿinda l-ʿArab* [l'Histoire des Sciences chez les Arabes]. Carthage: Bayt al-Ḥikma, 1990, pp. 21–42. [en Arabe]
3. Ahmed Djebbar, Ba'ḍ maqāḥir an-nashaḥat ar-riyyāḍiyya fi l-Maghrib al-aqṣā mā bayna al-qarnayn ath-thānī ʿashar wa t-tāsi ʿashar [Quelques aspects de l'activité mathématique dans le Maghreb Extrême entre le XII^e et le XIX^e siècle, 4^e Colloque Maghrébin sur l'Histoire des Mathématiques Arabe, Fez, 2–4 Décembre 1992], à paraître. [en Arabe]
4. Ahmed Djebbar, La tradition arithmétique euclidienne dans le Kitāb al-istikmāl d'al-Mu'taman et ses prolongements en Andalus et au Maghreb, 5^e Colloque Maghrébin sur l'Histoire des Mathématiques Arabes, Tunis, 1–3 Décembre 1994, à paraître.
5. Ahmed Djebbar, Le chapitre arithmétique du Kitāb al-istikmāl d'al-Mu'taman, à paraître.
6. Thomas L. Heath, *Euclid: The Thirteen Books of the Elements*, Cambridge, UK: Cambridge Univ. Press, 1926; reprinted, 1956, 3 vols.
7. Jan P. Hogendijk, Discovery of an 11th century Geometrical Compilation: The Istikmāl of Yūsuf al-Mu'taman Ibn Hūd, King of Saragossa, *Historia Mathematica* **13** (1986), 43–52.
8. Jan P. Hogendijk, *Le roi-géomètre al-Mu'taman Ibn Hūd et son livre de la perfection (Kitāb al-Istikmāl)*, in *Actes du premier colloque maghrébin sur l'histoire des mathématiques arabes*, Alger: La Maison des Livres, 1988, pp. 51–66.
9. Jan P. Hogendijk, Which Version of Menelaus' Spherics Was Used by al-Mu'taman ibn Hūd in his Istikmāl?, in *Mathematische Probleme im Mittelalter: der lateinische und arabische Sprachbereich*, ed. Menso Folkerts, Wolfenbütteler Mittelalter-Studien, vol. 10, Wiesbaden: Harrassowitz Verlag, 1996, pp. 17–44.
10. Jan P. Hogendijk, The Istikmāl of al-Mu'taman ibn Hūd and the Conics of Apollonius, à paraître.
11. Jan P. Hogendijk, The Geometrical Part of the Istikmāl of Yūsuf al-Mu'taman ibn Hūd (11th century). An Analytical Table of Contents, *Archives internationales d'histoire des sciences* **127** (1991), 207–281.
12. Jan P. Hogendijk, Al-Mu'taman's Simplified Lemmas for Solving "Alhazen's Problem," in *From Baghdad to Barcelona: Studies in the Islamic Exact Sciences in Honour of Prof. Juan Vernet*, ed. Josep Casulleras and Julio Samsó, 2 vols., Barcelona: Universitat de Barcelona, 1996, 1:59–101.
13. Jan P. Hogendijk, Four Constructions of Two Mean Proportionals between Two Given Lines in the Book of Perfection of al-Mu'taman Ibn Hūd, *Journal for the History of Arabic Science*, **10** (1992–93–94), 13–29.
14. Jan P. Hogendijk, Al-Mu'taman ibn Hud, 11th Century King of Saragossa and Brilliant Mathematician, *Historia Mathematica* **22** (1995), 1–18.
15. al-Iṣṭakhrī, *Kitāb al-aqālīm*, éd. J.H. Moeller, Gotha: Officina Beckeriana, 1839.
16. al-Juwaynī, *Ta'rikh-i-Jahān-Gushā*, ed. Mirza Muḥammad, Leyde: Brill, 1912.
17. Najī Marouf, *ʿUlamāʾ an-niẓāmiyyāt wa madāris al-Mashriq al-islāmī* [Les savants des Niẓāmiyyāt et les madrasa de l'Orient musulman], Bagdad: Maṭbaʿat al-irshad, 1973.
18. aṣ-Ṣafādī, *Al-Wāfi bi l-wafayāt*, éd. H. Ritter, Istanbul, Maṭbaʿat ad-Dawla, 1931.
19. George Sarton, *Introduction to the History of Science*, Baltimore: Williams and Wilkins, 1927–1940, 3 vols.
20. at-Tahanawī, *Kitāb Kashshaf iṣṭilāḥāt al-funūn*, Calcutta, 1862; réimpression photomécanique, 2 vols. Istanbul: Elif Ofset, 1984. [en Arabe]
21. Bernard Vitrac, *Euclide, Les Éléments*, Traduction et commentaires, 2 vols. Paris: Presses universitaires de France: 1990–1994.