بعض الرّموز في الحساب والجبر وتطوّرها في المغرب الإسلامي

المقدمة

انفردت كتب حساب الغبار الأندلسية والمغربية في القرن السادس الهجري – الثاني عشر المسيحي باستعمالها رموز خاصة للدلالة على الأرقام العشرية وعلى الكسور والجذور والعبارات الجبرية. أمّا حساب الغبار فهو الاسم الثاني للحساب الهندي الذي اكتشفه العرب واستعمله بعضهم وروّجوه في عصر الخليقة المأمون عبر كتب تعليمية مثل كتاب الحساب الهندي لأبي جعفر بن موسى الخوارزمي (780 - 850) الذي وصل إلينا إلا في نسخته اللاتينية.

أمّا أقدم نصّ عربيّ يصف بدقّة التّرقيم الهندي للأعداد ويستخدم نظام الحساب العشري المنازلي هو «كتاب الفصول في الحساب الهندي» لأبي الحسن بن إبراهيم الأقليدسي الذي عاش في دمشق سنة 953.

وانتشر الحساب الهندي في العالم الإسلامي، وكان استعماله موازيًا للأنظمة الأخرى المتداولة حينئذ كحساب الجُمّل الذي يستخدم حروف الأبجد كأرقام، و الحساب السّتّيني المنشور عند الفلكيين، وحساب اليد والعقود الذي يستعمل الذاكرة والأصبع في العمليات.

وعوّض شيئًا فشيئًا حساب الغبار الأنظمة الأخرى، وفي الغرب الإسلامي أصبح النّظام الأكثر انتشارا كما يظهر ذلك من الكتب التّعليمية التي وصلت لنا من عصر المُوحّدين (القرن الثاني عشر). وتطوّر الحساب الهندي شكلا واستخدامًا بسبب التأثيرات التاريخية والثقافية والاجتماعية التي تواجدت في الأندلس والمغرب في عصري المُرابطين والمُوحّدين، حيث تواجدت الحضارات الاسبانية اللاتينية والأندلسية العربية والمغربية البربرية.

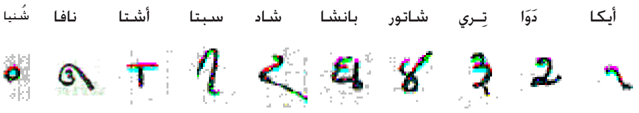
1. الأرقام الهندية والتّرقيم حسب السلّم المنازلي

الأرقام هي صور وأشكال يصطلح عليها جماعة من الحُسّاب لإجراء العمليات الحسابية بأدقّ وسيلة وأسرعها. والنّظام العشري يستخدم عشرة أشكال: الأعداد من واحد إلى تسعة والصّفر. والتّرقيم العشري المنازلي هو الذي تكون قيمة الرّقم فيه تابعة لمنزلته ومنازله عشرية: فقيمة الأربعة في المنزلة الأولى أربعة، وفي المنزلة الثانية أربعون، وفي الثالثة أربعمائة، وهكذا تصاعديًا. فالأرقام العشرة كافية للدلالة على كلّ الأعداد مهما كبرت أو صغرت، وهي تُوظّف لإجراء عمليات حسابية مختلفة، كالجمع والطرح والضرب والقسمة، وكذلك للدلالة على الكسور والجذور وحتّى العبارات الجبرية.

اكتشف العرب في الهند التّرقيم العشري المنازلي. ويقول أبو الريحان البيروني (تـ 1048) :

« وكما أن صور الحروف تختلف في بقاع الهند، كذلك أرقام الحساب – وتسمى : (انك) – والذي نستعمله نحن مأخوذ من أحسن ما عندهم، ولا فائدة في الصور إذا ما عرف ما ورائها من المعاني».

وهذا أنموذج من الأرقام الهندية العشرية المنازلية الذي وصل إلينا منقوشًا حوالي سنة 875 في مبنى قديم من بلدة «قَواليُور» الهندية وكتابة الأعداد من اليمين إلى اليسار وتبتدئ من منزلة الآحاد:



الأرقام العربية الهندية المنتشرة في الشرق والغرب الإسلاميين

الشــهادات عديدة شرقًا وغربًا تؤكّد انتشــار الحســاب الهنــدي، نذكر منهــا ما قاله العالم المــؤرّخ الفقيه والقاضي صاعد الأندلسي في كتابه سنة 1068 «طبقات الأمم[1]»:

« ومما وصل إلينا من علومهم في العدد حساب الغبار الذي بسّطه أبو جعفر محمد بن موسى الخوارزمي، وهو أوجز حساب وأصغره وأقربــه تناولا وأســهله مأخذًا وأبدعه تركيبًا، يشــهد للهــــند بذكاء الخواطر وحسن التوليد وبراعة الاختراع ») صفحة(58

وتحتوي مُقدّمات كُتُب الحصّار وابن الياسمين مثلا وصفًا للأرقام المُختلفة المُستعملة عند المُسلمين.

فينبّه الحصّار[2] في «الكتاب الكامل في صناعة العدد» أنّ حُسّــاب عصره يستخدمون ثلاثة أنظمة حســابية: حساب الغبار والحساب الرّومي[3] وحساب الجمّل[4] ويبدأ بوصف النّظام الأوّل، ثمّ النّظامين الآخرين.

ويبدأ الحصّار بوضع حساب الغبار في مناخه الاجتماعي ويقول:

«الباب الثالث في وضع الرّشــوم للأعــداد وتصريفها إلى مراتبها في هذا البلاد.

جرت عادة أهل صناعة الحســاب وأهل الأعمال وخاصة الدّواوين في بلادنا باســتعمال رشــوم جعلوها خطّا مُتعارفًا بينهم يصلــون به إلى معرفة الأعداد وتمييز بعضها من بعض، فصار خطّا كســائر الخطوط، العبرانيــة واللاتينية والحميريــة وغير ذلك من الرّشوم التي جُعلت خطًا.»

(ورقــة 6 و مــن مخطــوط رقم 313 مــن خزانة ابن يوســف، مرّاكش)

ثمّ يعلّل الحصّار الاسم الذي خُصّص لهذا النّوع من الحساب:

«وهي عندهم على ضربين: ضرب منه يســمّونه الغبار ويُســمّى أيضًــا هــذا الضرب بالهندي. وإنّما ســمّوه كذلــك لأنّ أصل عمل الحساب بها إنّما هو أنّهم يعمدون إلى لوح من خشب ويبسطون عليه غبارًا دقيقًا، ثمّ يأخذ الذي يريد تعلّم الحســاب عودًا صغيرًا على هيئة القلم يرشــم به تلك الخطوط في ذلك الغبار ويعمل به مســألته الذي يريد عملها من الحساب. فإذا انقضى عملها مسح على الغبار وضمّه.» (نفس المرجع)

نفهــم من الفقــرة التاليــة أنّ نوعين من اللــوح كانت تســتخدم، الأولى تســتعمل الرّمــل والمحو والثانيــة المدد والمحو كذلك، لكن الأولى أسهل الاستعمال للمتعلّم.

« وإنّمــا فعلوا ذلــك تقريبا عــلى المتعلّم وتســهيلا عليه حتّى لا يحتــاج إلى مداد ولــوح ومحو في كلّ وقت، فأقامــوا الغبار مقام المدد ووجدوه أسهل للعمل. فلذلك سمّوه بالغبار. (...). » (نفس المرجع)

أرقام هندية عربية مشرقية و أرقام هندية عربية مغربية

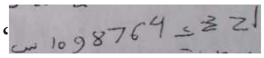
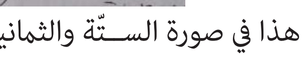
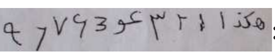
يَعلمُ الجميع أنّه يتواجد اليوم في العالم نوعان من الأرقام:

الأولى مستعملة في جلّ الأقطار ما عدى الإسلامية الشرقية وهي: 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0، وتسمّى «الأرقام العربية».

النّــوع الثــاني لــه شــكلان تختلــف في بعــض الأرقام: ١٢٣٤٥٦٧٨٩٠، وهــي موجــودة في الــشرق العــربي، والأرقــام: ۱۲۳۴۵۶۷۸۹۰، الموجــودة حاليــا في إيران وباكســتان. ويعتبرها العرب الأرقام العربية الأصلية.

والنّقاش حول «عربيــة» الأرقام العشرية حاد بين علماء الــشرق والغرب ولا نرى فائدة في طرح علل كلّ طرف إذ ما يهمّنا هو أنّ الأرقام من النّوعين نُشروا في القرن الثاني عشر، ويشهد عليه العلماء ذلك العصر كما يظهر في النّصوص التّالية:

يذكر الحصّار ثلاثة أنواع من أشكال أرقام حساب الغبار المســتعملة في عصره ويخصّ النّوع الأوّل منها للحُسّــاب في بلاده، أي في الأندلس والمغرب.

«فمنهــا رشــوم على هذا المثــال: ، ومنها رشــوم أخــرى يخالف هذا في صورة الســتّة والثمانية والخمســة والسين وهي هكذا: ، وقد وُضعت أيضًا مثاله هكــذا: . إلى أمثلة غير هذه والعمل بها كلّها على منهاج واحد. (...).

(...) وأمّــا الصفر، وهو عاشر الصور، وهو الذي صورته هكذا o.» (نفس المرجع، صفحة 7و) ويؤكّد ابن الياسمين[5] أنّ الرّشوم

1 صاعد الأندلسي: طبقات الأمم، تحقيق حياة العيد بو علوان ، بيروت: دار الطليعة، 1985.

2 أبو بكر محمد بن عبد الله بن عيّاش الحصّار هو رياضي أندلسي قد زار مرّاكش حوالي سنة 1150 وتوفي قبل آخر القرن 12. وألّف الحصّار كتابين في الحساب: أوّلهما "كتاب البيان والتّذكار" يسمّى أيضا بالكتاب الصّغير، وثانيهما "الكتاب الكامل في صناعة العدد"، وهو الذي اكتشف منه أخيرًا محمد أبلاغ وأحمد جبار «السفر الأوّل من كتاب الكامل في صناعة العدد للحصّر» (ق. 12 م)، فَاس: مجلّة كلّية الآداب والعلوم الإنسانية، 1989.

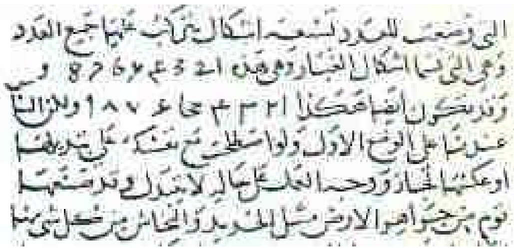
3 الحساب الرّومي أو الزّمامي أو القلم الفاسي: هو ضرب خاص من الحساب أصله يوناني استُعمل في الدّواوين السلطانية في اسبانيا وواصل حسّاب الدّواوين الأندلسية والمغربية استخدامه كصناعة خاصة بهم.

4 حساب الجُمّل: هو أقدم نظام استعمله العرب وهو يستخدم حروف الأبجد كأرقام للدّلالة على الأعداد والذاكرة والعقود الأصابع في العمليات الحسابية.

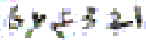
5 ابن الياسمين هو أبو محمد عبد الله بن حجاج الأدريني، وهو شاعر ورياضي من خادمي الخليفة المُوحّدي يعقوب المنصور، ثمّ ابنه الخليفة الناصر لدين الله. ولد في فاس وتكوّن في المغرب ثمّ في الأندلس.

ودرّس في مرّاكش حيث مات ذبيحًا سنة 1204. ووصلت إلينا أرجوزته في الجبر والمقابلة.

وله «كتاب تلقيح الأفكار برشوم حروف الغبار» وهو من أقدم كتب الحساب والجبر والهندسة الذين وصلوا إلينا من الغرب الإسلامي..



(كتاب تلقيح الأفكار في العمل برشوم الغبار، ورقة 8-7)

«اعلم أن الرّشوم التي وضعت للعدد تسعة أشكال يتركب عليها جميع العدد، وهي التي تُسمّى أشكال الغبار، وهي هذه:  وقد تكون:  ولكن الناس عندنا على الوضع الأول، ولو اصطلحت مع نفسك على تبديلها أو عكسها لجاز، ووجه العمل على حاله لا يتبدل. وقد صنعها قوم من جواهر الأرض مثل الحديدّ والنحاس من كل شيء منها أعداد كثيرة ويضرب بها ما شاء من غير نقش ولا محو. وأما أهل الهند فيتخذون لوحا أسود يمدون عليه الغبار وينقشون فيه ما شاءوا، ولذلك سُمّي حساب الغبار. ...».

2. أشكال الكسور العربية

يحتاج الحاسب إلى الكسور في جلّ مسائل المعاملات واستعملها العرب قبل الإسلام ضمن حساب الجمّل مستخدمين العديد من الأنظمة أهمها الكسور الستّينية والكسور ذات واحد كمقام. واستعمل العرب أساسًا تسعة كسور هي النصف والثلث والربع والخمس والسدس والسبع والثمن والتسع والعشر، تليها الأجزاء: جزء من أحد عشر أو أجزاء من ثلاثة عشرين جزء من واحد. وكلّ الكسور الأخرى تُبنى عليها كثلث العشر أو نصف الخمس وربع جزء من تسعة وعشرين. فهذه أنواع مختلفة من كسور الكسور صعبة الاستعمال ويختصّ فيها أهل صناعة الحساب.

(أ) الكسور العربية، الهندية الأصل

إنّ الكسور المستخدمة في النّظام العشري الموروث من الهند لا تميّز بين الكسور والأجزاء بل إنّ مفهومها هو المفهوم المطلق المعروف اليوم أي نتيجة قسمة عدد على عدد وكانت لها صور خاصة تدلّ عليها وترسم على التخت عند القيام بعملية حسابية.

ورغم ذلك لم تخلّص بعضهم من تصوّر الكسر كعدد مركّب من كسور أساسية مقامها أعداد أوّلية. والسّمَوْأل المغربي هو أوّلُ من تخلّص من هذا التّصوّر إذ اقترح « أن تكون جميع الكسور الحاصلة أجزاء من مخرج واحد».

ويرمز الرياضي الهندي براهما جوبتا (المولود سنة 598) للكسر $\frac{87}{29}$ هكذا: $\begin{smallmatrix}0\\87\\29\end{smallmatrix}$ ، وللكسر $3+\frac{21}{29}$ هكذا: $\begin{smallmatrix}3\\21\\29\end{smallmatrix}$.

فيكون العدد الصحيح في سطر وتحته بسط الكسر وتحتهما مقامه. وهذه هي الصور التي نجدها عند عرب الشرق فيكتب الحساب الهندي (أي حساب الغبار)، خاصة في كتاب الأقليدسي الذي عاش في دمشق حول سنة 952، وكتاب ناصر الدين الطوسي (بغداد، 1274) وكتاب مفتاح الحساب للكاشي (سامرقند، 1429). أمّا عرب الغرب الإسلامي فقد اخترعوا رمزًا للكسر العادي هو الذي انتشر في أوربا وتطوّر حتّى أصبح الشكل المستعمل اليوم.

(ب) الكسور العربية في الشرق الإسلامي

يسهّل ترميز الهنود للكسور إجراء العمليات الحسابية على التخت وإتقانها والتثبّت في نتائجها فوجد صدى هام عند الحسّب العرب الذين استنبطوه وطوّروه في كتبهم. وأمثلة من ذلك موجودة في كتاب الفصول في الحساب الهندي لأبي الحسن الإقليدسي[6] إذ يصف بكلّ دقّة طرق العمل بالتخت، كتابة على الرمل ومحوا وتنقيلا، مهما كانت العملية من زيادة ونقصان وضرب وقسمة.

نوع العملية	رموز الأقليدسي	الرّموز المستعملة اليوم
كسر الكسر	3 4 2 7	$\frac{3}{4}(\frac{2}{7})$
جمع كسرين	2 ∴ 3 ∴ 2 15 ∴ 8 ∴ 7	$\frac{2}{7}+\frac{3}{8}+\frac{2}{15}$
ضرب كسرين	768 في 286 1 1 7 3	$(867+\frac{1}{7})\times(286+\frac{1}{3})$

(قراءة العمليات تجري من اليمين إلى اليسار)

(جـ) الكسور العربية في كتب حساب الغبار الأندلسية والمغربية

تميّز عربُ الغرب الإسلامي بأهمية الأبواب التي خصّصوها للكسور في كتب حساب الغبار المنشورة في القرن الثاني عشر وبعده[7] ويمكن القول أنّهم بالغوا في بحثهم عن خواصّ الكسور. وأبدعوا كذلك في تصنيف الكسور وتعريفها وتنظيمها. ومن جهة أخرى فإنّهم أدخلوا رموزًا جديدة باستعمالهم الخطّ الفاصل بين البسط والمقام وقد مكّنهم ذلك من تسهيل استعمالها

6 تحقيق أحمد سعيدان، حلب، 1986.

7 يلاحظ أحمد جبار أنّ الأبواب الخاصة للكسور هي 42% من كتاب البيان للحصّر و 45% من كتاب تلقيح الأفكار لابن الياسمين و 40% من كتاب فقه الحساب لابن المنعم. أنظر: Djebbar A., Le traitement des fractions dans la tradition mathématique arabe au Maghreb, in Histoire des fractions, fractions d'histoire, Benoit, Chemla, Ritter (ed.), Bâle : Birkhäuser, 1992, pp. 223-245.

في العمليات. و لم تكن هذه الرّموز متماثلة وموحّدة في أوّل الأمر، ثمّ استقرّت في أواخر القرن الخامس عشر مع نشر كتب القلصادي في المغرب والمشرق.

الكسور في «كتاب البيان والتذكار في مسائل الغبار» للحصّار

نجد في هذا الكتاب (وهو من أقدم الكتب التي وصلت إلينا) أسماء الكسور وصورها المُتداولة في عصر الحصّار (القرن 12):

- الكسر البسيط: $\frac{1}{3}$، $\frac{1}{2}$، ....، $\frac{1}{9}$، $\frac{1}{10}$ ، وكذلك: $\frac{1}{11}$ و $\frac{9}{11}$.
- الكسر ذات الأسماء المشتركة: $\frac{3 \quad 4}{11 \quad 10}$ ، وقراءته: أربعة أعشار وثلاثة أجزاء من أحد عشر جزء من العشر، وكتابته في عصرنا هكذا: $\frac{4}{13} + \frac{3}{11 \times 10}$. وأمّا الكسر $\frac{3 \quad 0 \quad 5}{5 \quad 10 \quad 17}$ ، فقراءته: خمسة أجزاء من سبعة عشر وثلاثة أخماس قشر جزء من سبعة عشر، وكتابته اليوم هكذا: $\frac{5}{17} + \frac{3}{5 \times 10 \times 17}$.
وأمّا: $\frac{1}{100}$ ، فهي جزء من مائة.
- الكسر المختلف: $\frac{4}{13}\ \frac{3}{11}$ ، وقراءته: ثلاثة أجزاء من أحد عشر وأربعة أجزاء من ثلاثة عشر، وكتابته في عصرنا هكذا: $\frac{3}{11} + \frac{4}{13}$.
- الكسر المبعّض: $\frac{4 \mid 3}{13 \mid 11}$ ، وقراءته: ثلاثة أجزاء من أحد عشر في أربعة أجزاء من ثلاثة عشر، وكتابته في عصرنا هكذا: $\frac{3 \times 4}{11 \times 13}$.

وخصّ الحصّار والرّياضيون المغاربة جهدًا كبيرًا لحساب بسط كلّ نوع من الكسور مهما تشعّبت قراءتها واختلفت صورها. وكلّ عملية على الكسور تبتدئ ببسط كلّ كسر قبل إجراء جمعهم أو طرحهم أو ضربهم أو غير ذلك من العمليات. فهذه أمثلة:

بسط العدد المتكوّن من عدد صحيح وكسر، أو من كسر وصحيح، أو من صحيح وكسر وصحيح يتطلّب قواعد خاصة وقراءتها

- قراءة الكسر $\frac{3}{11}78$: ثمانية وسبعون وثلاثة أجزاء من أحد عشر، وبسطه: 861 ، وكتابته في عصرنا هكذا: $78 + \frac{3}{11}$
.
- قراءة الكسر $78\ \frac{3}{11}$: ثلاثة أجزاء من أحد عشر جزء من الثمانية والسبعين، وبسطه: 234 ، وكتابته في عصرنا هكذا: $78 \times \frac{3}{11}$.
- قراءة الكسر $78\ \frac{3}{11}\ 5$: خمسة وثلاثة أجزاء من أحد عشر جزء من الثمانية والسبعين. لكن مفهوم العبارة وقيمتها غير مضبوطة، إذ لها فهمان حيث أنّ الحصّار وجلّ الرّياضيين المغاربة يقرؤون صور الكسور من اليمين إلى اليسار:
- إمّا الكسر $\frac{3}{11}$ هو الجزء من الثمانية والسبعين. ففي هذه الحالة الواو بعد الخمسة تجعل من $78\frac{3}{11}$ كسر واحد بسطه: 861. فيكون عدد المسألة $\frac{861}{11}5$ ، أي خمسة و $\frac{861}{11}$ أو $\frac{916}{11}$.
- إمّا الكسر $\frac{3}{11}\ 5$ هو الجزء من الثمانية والسبعين. فالمسألة ترجع إلى $\frac{58}{11}$ جزء من 78 ، أي $\frac{4824}{11}$.
- للكسر $\frac{4}{13}\ 78\ \frac{3}{11}\ 5$ قراءات عديدة وبسطها يختلف باختلافها.

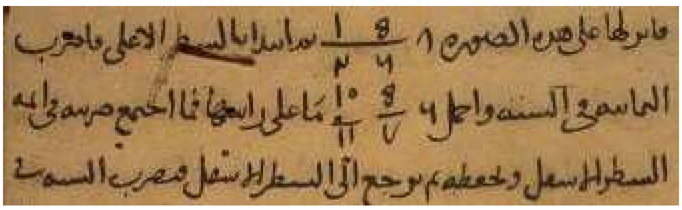
إنّ كثرة القراءات المُمكنة للكسور (في صيغتها المكتوبة أو المُصوّرة) هي نتيجة تشعّب التصنيفات النظرية التاريخية للكسور العربية ولحرص حسّاب المغرب للتدقيق والتعميم، لا لغاية إلا موسوعية شمولية.

العمليات على الكسور

كلّما أراد الحصّار والرّياضيون المغاربة جمع كسرين ينزلوا صورتها على اللوح، الكسر الثاني تحت الكسر الأوّل

كما هو في هذه الصورة المنقولة من نسخة[8] من «كتاب البيان والتذكار في مسائل الغبار».

فإذا ينوي الحاسب إجراء عملية على الكسرين[9]: $\frac{1 \quad 5}{2 \quad 6}8$ و $\frac{10}{11}\ \frac{5}{7}\ 6$ ، يقول:



8 الورقة 70ظ للمخطوط المصوّر في الموقع: http://dewey.library.upenn.edu/sceti/ljs/

9 كتابة هذين الكسرين في عصرنا تكون هكذا: $8 + \frac{5}{6} + \frac{1}{2 \times 6}$ و $6 + \frac{5}{7} + \frac{10}{11}$.

فانزلها على هذه الصورة 8 $\frac{1\ 5}{2\ 6}$ ثـــم ابتدئ بالسطر الأعلى فاضرب الثمانية في الستة واحمل 6 $\frac{5}{7}$ $\frac{10}{11}$ ما على رأسها فما اجتمع ضربته في أئمة السـطر الأسفل وتحفظه، ثم ترجع إلى السطر الأسفل فتضرب الستة في ...

لا بـد أن يلاحـظ قارئ هذه الصـورة أن علامة العملية غائبة، فلا وجود للـواو: «و» كدليل على الجمع، أو «من» للطرح أو للتسـمية، أو «في» للضرب، أو «على» للقسـمة. فالصورة هذه هي صورة طبق الأصل لما وقع رسمه على اللوح.

موقف شاذ: صورة الكسور في كتاب تلقيح الأفكار لابن الياسمين

تعرّض ابن الياسمين لإشكالية كتابة الكسور واضعًا طريقة طريفة في رسـمها ومنفردًا في ذلك. وقـدّم نظرية ترتكز على علل منطقية هدفها تفسـير اختيـاره المخالف. ولم يختصر على تدقيق موقفه النّظري بل اسـتخدم خياره الشـاذ عند رسمه كلّ الكسور التي وردت في كتابه.

ما هي الإشكالية؟

يقول ابن الياسمين إنّ مستخدمي حساب الغبار اختلفوا في كيفية رسم الكسور:

« فمنهم من رأى أن يكون ابتداء قراءتها ، أعني قراءة السّطر، من الجهة اليُمنى مارًا إلى الجهة اليُسرى للنّاظر في المسألة .ومنهم من يـرى أن يكون ابتداء قراءتها عكـس ذلك، من الجهة اليُسرى مارًا إلى الجهة اليُمنى للناظر في المسألة.» (كتاب تلقيح الأفكار، تحقيق التهامي الزّمولي، صفحة 126)

هذا مثال أوّل ورد في كتاب ابن الياسمين: الكسر $\frac{1\ 3}{2\ 7}$.

فالجماعــة الأولى تبـدأ القراءة من اليمين: ثلاثة أسـباع ونصف سبع. وكتابته في عصرنا هكذا: $\frac{3}{7} + \frac{1}{14}$ ، أي $\frac{1}{2}$.

والجماعة الثانية تبدأ القراءة من اليسـار: نصف وثلاثة أسباع النصف. وكتابته في عصرنا هكذا: $\frac{1}{2} + \frac{3}{14}$ ، أي $\frac{5}{7}$.

يدقّق ابن الياسـمين الموقفـين بتحليل مثال معقّد، وهو الكسر[10] : " نصف سـتّة وثمانين وأربعمائة وثلاثة أسـباع ونصف سبع"، فيقول إنّ صورة هذا الكسر:

- بالنّسبة لأصحاب الموقف الأوّل هي: $\frac{1}{2}$ 486 $\frac{1\ 3}{2\ 7}$.

«فتكون القراءة فيها مطردة من جهة واحدة، وذلك أولى وأوفق». (نفس المرجع)

- بالنّسبة لأصحاب الموقف الثّاني هي: $\frac{3\ 1}{7\ 2}$ 486 $\frac{1}{2}$.

«هذا الذي ذكرتموه غير لازم إذ الغرض ها هنا الوصول إلى المعنى لا مُراعاة الألفاظ والصّور، مع أنّ هذا اللفظ هنا لم يُغيّر معنى لأنّ عطفه بالواو، وقد فُهم منه الغرض.» (نفس المرجع)

ويرى ابن الياسـمين أنّ أصحاب الموقـف الأوّل يتّبعون منطـق قراءة اللغـة العربية، وهي قراءة من اليمين إلى اليسـار، ويلومـون المنطـق المُتذبـذب للآخرين حيـث قراءتهم هي ذي الجانبين.

« فتذكر النّصف، ثمّ تبتدئ بعده بذكر سـتة الآحاد، ثمّ العشرات، ثـمّ المئين، فتمـرّ بهـا إلى جهة الشـمال، ثمّ ترجع إلى الكسـور وتقول «وثلاثة أسـباع ونصف سـبع"، فترجع بها مـارًا إلى الجهة اليُمنـى .فهذا غير مناسـب للنّاظر، ولو كثر سـطر الصّحيح لكان أبشع». (نفس المرجع)

ويقول ابن الياسمين إنّ الاختيار هو اصطلاحي، إذ:

«ومـن ذا الذي يمنع أن يقـال في ذلك العـدد الصحيح أربعمائة وثمانون وستّة، فهل يزيد في العدد شيئا أو ينقص، وهذا الغرض في المسـألة إلا الوصول إلى الخارج منهـا ومعرفته، ثم لا ضرورة إليها أيضا.

فإنـا نقول إنما وجدنا وضع الأمهات في العدد التي في منازله المئين عن يمين الآلاف وهي أحط منها، ووجدنا العشرات على يمين المئين وهي أحـط منها، ووجدنا الآحاد على يمـين العشرات وهي أحط منها، وكذلك سائر منازل العدد إلى ما لا نهاية له أكثرها إلى الجهة اليـسرى ذاهبا، وأقلها إلى الجهة اليمنـى ذاهبا. فالأولى أن تجرى المقامات على ذلـك، فيكون المقام الأكثر إلى الجهة اليُسرى ذاهبا، وأقلهـا إلى الجهة اليُمنـى ذاهبا، إقتداء بالعـدد الصحيح، أعني منازل العدد، وتبعا له (...)».

ويعتمد ابن الياسـمين الموقف الثاني كلّما كتب الكسور المتّصلة ذا الأسماء المشتركة:

«فـإذا، نضعها على مـا ذكرنا، وهو أن يكون أقـل مقام عن يمين المقام الذي أكثر منه، فافهم؛ ثم تقسـم العدد المسـمى على أقل المقامات وأقصاها في الجهة اليُمنى، فما بقي جعلته على المقسوم عليـه، وما خرج أيضا قسـمته علي مقام آخـر، وهو الثاني له، إلى الجهة اليُسرى إلى أن ينفذ العدد المُسـمى. فتنسب ما على المقام الأكبر مما تحته، وتنسب ما على المقام الثاني ممّا تحته ومن المقام الأوّل، وكذلك سائرها .فافهم. »

(نفس المرجع، صفحة 127)

10 كتابة هذا الكسر في عصرنا تكون هكذا: $\frac{1}{2}\left(486 + \frac{3}{7} + \frac{1}{2\times 6}\right)$.

ومثال هام له هو:

$528491065\ \frac{1}{2}\ \frac{1\ 3}{2\ 7}\ \frac{6\ 2\ 1}{9\ 8\ 2}$

جدول مقارنة طريقة كتابة الكسور:

أنواع الكسور	الحصّار	ابن الياسمين	الكتاب الحالية للكسور
كسور مُتّصلة	$\frac{1\ 3}{2\ 7}$	$\frac{3\ 1}{7\ 2}$	$\frac{3}{7}\ \ \frac{1}{2\times 7}$
كسور مُختلفة	$486\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}486$	$\frac{486}{2}$
	$\frac{1\ 3}{2\ 7}486\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}486\ \frac{3\ 1}{7\ 2}$	$+\frac{3}{7}+\frac{1}{2\times 7}]$ $\frac{1}{2}[486$
جانب القراءة	←	→	

اتبع طريقة الحصّار في كتابة الكسور الأندلسي ابن المُنعم العبدري (ت1228) وجلّ حُسّاب الغرب الإسلامي كابن البنّاء المرّاكشي (ت1321) وابن قنفذ القسنطيني

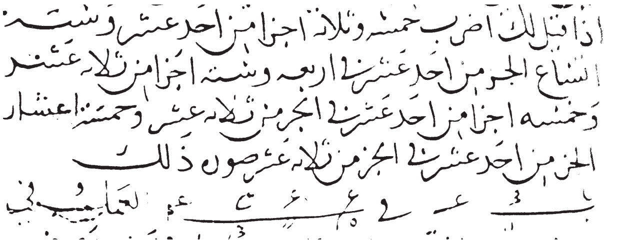
(ت1407) والعقباني التلمساني (ت1408) والقلصادي (ت 1486) وابن غازي المكناسي (ت1513) وبعض حسّاب الشرق كابن الهائم (ت 1412) والسّخاوي (ت1506)

وابن حمزة الجزائري (ت1526) وبعض الأوروبيين كفيبوناتشي (ت1256).

3. علامات خاصة بالعمليات الحسابية في الغرب الإسلامي

رأينا سابقًا أنّ رياضيو الغرب الإسلامي كلّما أرادوا إجراء عملية على عددين رسموا أحدهما تحت الثّاني على لوح، ويرسمون نسخة من تلك الصورة على خطّين متداخلين في نصّ المسألة. ثمّ طوّروا طرقهم لتتماشى ومنطق اللغة وترتيبها، فرسموا العددين على خطّ واحد ووضعوا بينهما كلمة قصيرة كعلامة للدلالة على نوع العملية المطلوب إنجازها. فالجملة: «45 في 13» تعني «اضرب 45 في 13».

والكلمات المستعملة هي: «إلى» التي تعوّض الجمع، و «من» التي تعوّض الطّرح، و «على» التي تعوّض القسمة. ولا يهمّ نوع الأعداد المستعملة: فيمكن أن تكون صحاحا أو كسورا أو جذورا أو مجهولة. وهذا مثال من «كتاب تلقيح الأفكار» لابن الياسمين:



إذا قيل لك اضرب خمسة وثلاثة أجزاء من أحد عشر وستّة أتساع الجزء من أحد عشر في أربع وستّة أجزاء من ثلاثة عشر وخمسة أجزاء من أحد عشر في الجزء من ثلاثة عشر وخمسة أعشار الجزء من أحد عشر في الجزء من ثلاثة عشر صورة ذلك:

$5\ \frac{3\ 6}{11\ 9}$ في $4\ \frac{6\ 5\ 5}{13\ 11\ 10}$

4. اختراع رموز خاصة بالجذور في الغرب الإسلامي

إنّ الرّموز المستعملة في حساب الغبار الخاصة بالأعداد الصماء (جذور، متوسّطات، ذوات الأسماء والمنفصلات) كانت معروفة في القرن الثاني عشر إذ أشار إليها ابن الياسمين في أرجوزته في أعمال الجذور[11] وخصّ لها ثلاثة أبيات، حيث يقول:

(21) والجيمُ أيضًا لا يزال تابعًا ينبئ عن التّجذير فيما ربّعا

....

(42) ولتجعل الجيم على المنفرد فذاك جذرُهُ بغير فند

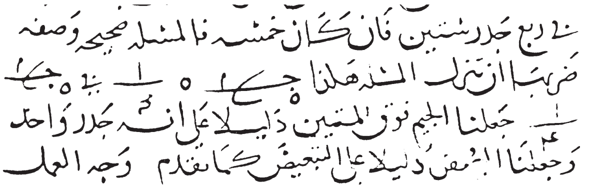
(43) هذا اصطلاحٌ في العمل

ورغم ذلك فإنّ الرّموز شبه غائبة من باب الجذور في «كتاب تلقيح الأفكار» لابن الياسمين حيث نجد إلا أنموذجا واحدًا منها، وهو:

... وصفة ضربها أن تنزل المسألة هكذا:

جـ 60 0 $\frac{1}{3}$ في جـ 60 0 $\frac{1}{4}$ جعلنا الجيم فوق الستين دليلا على أنه جذر واحد وجعلنا الصفر دليلا على التبعيض كما تقدّم وجه العمل.

(تلقيح الأفكار لابن الياسمين، ورقة 176).



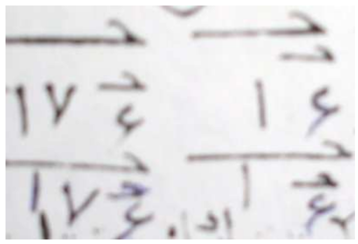
11 جلال شوقي، منظومات ابن الياسمين في أعمال الجبر والحساب، الكويت، 1988. (صفحات 149-150)

وكأنّ رموز الجذور غابت عن كتب الحساب التي نشرت قبل القرن الرّابع عشر والتي وصلت إلينا، ويصف بوضوح ودقّة استخدام هذه الرّموز الرّياضي المصري أحمد بن محمد القطرواني الذي أقام بتونس في أواخر القرن 14 ودرّس فيها الحساب والمعاملات، فقال في كتابه: «رشف الرضاب من ثغور أعمال الحساب»:

« لمّا كان الاحتياج في بعض الأعمال إلى تحقيق الجذر وليس لكلّ عدد جذر، احتاجوا أن يتصرّفوا في مربعات تلك الأجذار الغير المنطقة، فإن أخذ جذرها بالتقريب يفسد أعمالهم، ثمّ إنهم اصطلحوا على أن يضعوا على العدد المطلوب جذره جيما مقطوعا هكذا ، وإن كان المطلوب جذر جذره وضعوا عليه جيمين هكذا ج/ج ، وكلّما تكرّر لفظ الجذر زيد عليه جيم، فإن جذر جذر كلّ عدد لا يكون جذر جذر عدد غيره.»

(القطرواني، رشف الرضاب من ثغور أعمال الحساب، تحقيق حميدة الهادفي، صفحة 62)

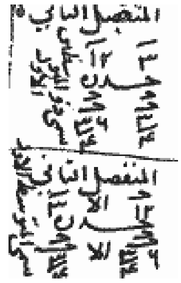
ثمّ انتشر استعمال هذه الرّموز في كتب الحساب المغربية، فنجدها مثلا في الباب الخاص بالجذور من «كتاب التمحيص في شرح التلخيص» لابن هيدور التادلي (ت. 1412) :



اضرب جذر خمسة وواحد مأخوذ جذرها وجذر خمسة إلا واحد مأخوذ جذرها، فانزلهما على هذه الصورة[12]:

ج / ج 5 1	ج / ج 5 إلا 1
ج / ج 5 1	ج / ج 5 إلا 1

وهذه صورة من المتّصل الثّاني[13] وجذره والمنفصل الثّاني[14] وجذره:



مجهول (مكتبة الأسكوريال عدد 948)

المتّصل الثّاني: ع 3 ج 12 . جذره: ج ج $\frac{3}{4}$ ج ج 5 $\frac{3}{4}$.

سمي من الموسّطين الأوّل. المنفصل الثّاني: ج 12 الا ع 3 .

جذره: ج ج 5 $\frac{3}{4}$ الا ج ج $\frac{3}{4}$ سمّي الموسّط الأوّل.

وكذاك استخدمت هذه الرّموز بصفة مكثّفة في كتب القلصادي (ت. 1486) وابن غازي المرّاكشي (ت. 1521).

ابتداء من القرن الرّابع عشر استعمل جلّ حُسّاب الغرب الإسلامي لعلامة الجذر: " ﺟ " ، الحرف الأوّل من كلمة جذر.

5. علامات خاصة بالعمليات الحسابية في الغرب الإسلامي

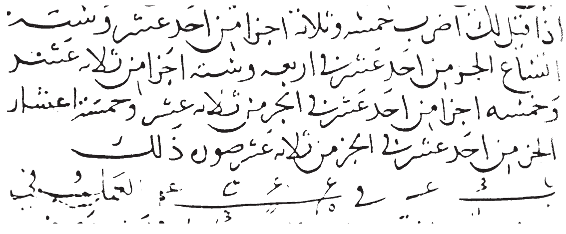
رأينا سابقًا أنّ رياضيو الغرب الإسلامي كلّما أرادوا إجراء عملية على عددين رسموا أحدهما تحت الثّاني على لوح، ويرسمون نسخة من تلك الصورة على خطّين متداخلين في نصّ المسألة. ثمّ طوّروا طرقهم لتتماشى ومنطق اللغة وترتيبها، فرسموا العددين على خطّ واحد ووضعوا بينهما كلمة قصيرة كعلامة للدلالة على نوع العملية المطلوب إنجازها. فالجملة: «45 في 13» تعني «اضرب 45 في 13».

12 $\left(\sqrt{\sqrt{5}+1} + \sqrt{\sqrt{5}-1}\right) \times \left(\sqrt{\sqrt{5}+1} + \sqrt{\sqrt{5}-1}\right)$

13 $\sqrt{\sqrt{\frac{27}{4}}} + \sqrt{\sqrt{\frac{3}{4}}} = \sqrt{\sqrt{6+\frac{3}{4}}} + \sqrt{\sqrt{\frac{3}{4}}} = \sqrt{\sqrt{12}+3}$

14 $\sqrt{\sqrt{\frac{27}{4}}} - \sqrt{\sqrt{\frac{3}{4}}} = \sqrt{\sqrt{6+\frac{3}{4}}} - \sqrt{\sqrt{\frac{3}{4}}} = \sqrt{\sqrt{12}-3}$

والكلمات المستعملة هي: «إلى» التي تعوّض الجمع، و «من» التي تعوّض الطّرح، و «على» التي تعوّض القسمة. ولا يهمّ نوع الأعداد المستعملة: فيمكن أن تكون صحاحا أو كسورا أو جذورا أو مجهولة. وهذا مثال من «كتاب تلقيح الأفكار» لابن الياسمين:



تلقيم الأفكار، الورقة 47

إذا قيل لك اضرب خمسة وثلاثة أجزاء من أحد عشر وستّة أتساع الجزء من أحد عشر في أربع وستّة أجزاء من ثلاثة عشر وخمسة أجزاء من أحد عشر في الجزء من ثلاثة عشر وخمسة أعشار الجزء من أحد عشر في الجزء من ثلاثة عشر، صورة ذلك:

$4\ \frac{6}{13}\ \frac{5}{11}\ \frac{5}{10}$ في $5\ \frac{3}{11}\ \frac{6}{9}$

6. اختراع رموز خاصة للعبارات الجبرية في الغرب الإسلامي

تواجدت في الغرب الإسلامي كتب خاصّة للمسائل الجبرية متأثّرة بالكتابين المشهورين في الجبر والمقابلة لأبي جعفر محمد بن موسى الخوارزمي (تـ 850) ولأبي كامل شجاع بن اسلم (تـ 830) وكتب حساب الغبار التي تحتوي على باب خاص لحساب الجذور وباب آخر للجبر.

أمّا الكتب الأولى تعرف مفهوم الجبر وأدواته (الأعداد المعلومة الصحيحة والكسور والصّماء والأعداد المجهولة) والمعادلات الستّة وطرق حلّها بالخوارزميات الجبرية وتطبيقها لحلّ المسائل المأخوذة في العديد من المجالات كالمعاملات والفرائض. ومن أشهر هذه الكتب التي وصلت إلينا[15]: «كتاب اختصار الجبر والمقابلة» لابن بدر (عاش قبل 1343) و«كتاب الجبر والمقابلة» لابن البناء المرّاكشي (تـ 1321). ولا بدّ من الملاحظة أنّ هذا النوع من الكتب خال من استعمال أي نوع من الرّموز لا العددية ولا الجبرية، فهي في ذلك تقاليد الجبريين[16].

وأمّا استعمال الرموز الجبرية في كتب حساب الغبار المغربية فكان محتشما حيث لا نجد في كتاب «تلقيح الأفكار بالعلم برشوم الغبار» لابن الياسمين إلا إشارتين لهذه الرّموز:

"فيكون معك: مال وشيء يعدل مائة وعشرة. صورتها[17]: $\overset{ش}{1}\ \overset{م}{1}$ لـ 100." (صفحة 137)

« نصف مال إلا نصف جذر في نصف الجذر الذي ذهب.

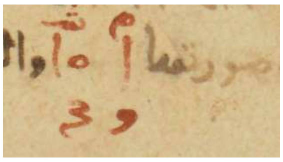
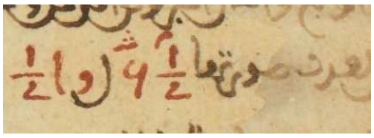
وصورة ضربه تنوله هكذا[18]:

$\overset{م}{\frac{1}{2}}$ لا $\overset{\therefore}{\frac{1}{2}}$

$\overset{\therefore}{\frac{1}{2}}$

(تحقيق التهامي الزمولي، صفحة 231)

ويوجد أقدم استعمال كامل ومعروف حاليًا للرّموز الجبرية في المغرب في كتاب «تحصيل المنى في شرح تلخيص ابن البناء» الذي كتبه أبو عبد الرحمن المواحدي سنة 1382.

 (ورقة 86ب)	$X^2 + X = 39$
 (ورقة 89ب)	$X^2 + 5X = 19 + \frac{1}{2}$

نلاحظ من هاتين الصورتين أنّ المواحدي غير ثابت في استعمال رموز الجبرية حيث رسم في الصورة الأولى جنبي المعادلة على سطرين متوازيين، وفي الصورة الثانية فرّقهما بحرف اللام دلالة على المعادلة بينهما.

وانتشر استعمال الرّموز الجبرية في الغرب الإسلامي حيث كثرت الشهادات على ذلك، نقتصر على ذكر البعض:

(أ) شهادة ابن قنفذ القسنطيني (تـ 1406):

وردت هذه الشهادة في «حطّ النقاب عن وجوه أعمال الحساب» الذي كتبه ابن قنفذ سنة 1370، وهو من الشروح المبكّرة لتلخيص أعمال الحساب لابن البناء المرّاكشي. فيقول[19]:

15 قام أحمد سليم سعيدان بتحقيق ونشر هذين الكتابين في الجزء الثاني من كتابه: تاريخ علم الجبر في العالم العربي، الكويت، 1986.

16 يقول أحمد جبار:»وهذا يدفعنا إلى الافتراض بأنّه خلال هذه الفترة كان الترميز مستعملا في مجال التّدريس غير أنّه لم يحصل على مكانة لائقة تؤهّله للحضور في الكتابات الرياضية بصفة واسعة». بعض مظاهر الجبر في التقليد الرياضي العربي للغرب الإسلامي، كراس حلقة ابن الهيثم حول تاريخ الرياضيات العربية، العدد 4، المدرسة العليا للأساتذة، القبة - الجزائر، 1994. (ص. 34-9)

17 $x^2 + x = 100$.

18 $\left(\frac{x^2}{2} - \frac{x}{2}\right) \times \frac{x}{2} = x^2$

19 يوسف قرقور، الأعمال الرياضية لابن قنفذ القسنطيني، أطروحة ماجستار المدرسة العليا للأساتذة، الجزائر، 1990. (ص. 167-166)

واعلم أن صورة الأموال ينزل عددها ونمد عليها ميمًا واحدًا، مثل ثلاثة أموال هكذا $\overset{\text{م}}{3}$ ، و إن كانت أموال أموال فهكذا $\overset{\text{مم}}{3}$ ، و

إن كانت أموال أموال أموال فهكذا ...، فتضع من الميمات على عدة تكرار اللفظ بالمال، ونصف مال هكذا (...) . وصورة الأشياء تضع عددها وتنزل عليها شيئًا ممدودة الخط، ولو اختصرت الشين ووضعت عوضها نقطها لجاز مثل ثلاثة أشياء هكذا $\overset{\text{ش}}{3}$ ، أو هكذا $\overset{\therefore}{3}$ ، (...) و كذلك الكسور مثل

خمسة أسداس شيء وربع سدس شيء هكذا $\overset{\text{ش}}{\frac{1\ \ 5}{4\ \ 6}}$ ، أو هكذا $\overset{\therefore}{\frac{1\ \ 5}{4\ \ 6}}$ ، (...) . وصورة العدد مثلما تقدّم من غير تغيير، وصورة الكعب أن تضع عدد الكعوب وترسم عليها كافا، مثل ثلاثة كعوب هكذا $\overset{\text{ك}}{3}$ ... فإذا عرفت ذلك هذا فلنرجع إلى المثال المتقدّم الذي بيان معنى المقابلة، وهو خمسة أموال وأربعة أشياء وثلاثة من العدد تعدل ثلاثة أشياء ومالين وستة من العدد، وهذه صورة ذلك واللام من لفظة يعدل.

$\overset{\text{م}}{5}\ \overset{\therefore}{4}\ 3$ لـ $\overset{\therefore}{3}\ \overset{\text{م}}{2}\ 6$

(ب) شهادة ابن الهائم المصري (تـ 1412):

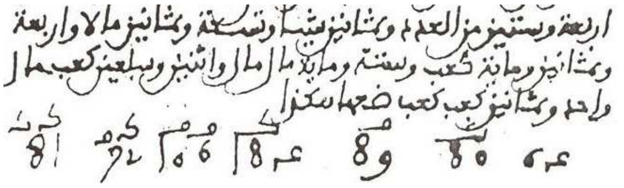
وردت هذه الشهادة في شرحه للأرجوزة الياسمينية في الجبر التي كتبها في مصر سنة 1388. فيقول[20]:

«وكذلك في الرسم بالهندي أو الغبار يجعلون لكل نوع علامة كالشين للأشياء والميم للمال والكاف للكعب وميمين لمال المال وهكذا. ولا يجعلون للعدد علامة وجودية فيصير ترك العلامة علامة له.» (ص. 67-66)

(جـ) شهادة القطرواني (القرن 15):

وردت في كتابه «تحصيل المنى في شرح تلخيص أعمال الحساب»، أوّل صورة معروفة[21] لكثيرات الحدود:

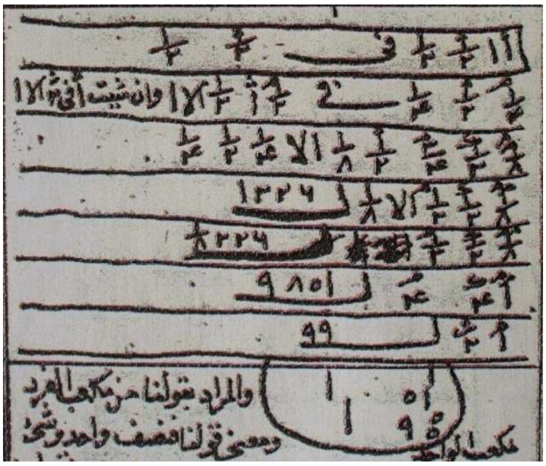
$\overset{\text{كك}}{81} + \overset{\text{مك}}{72} + \overset{\text{مم}}{106} + \overset{\text{ك}}{184} + \overset{\text{م}}{89} + \overset{\text{ش}}{80} + 64$
$81x^6 + 72x^5 + 106x^4 + 184x^3 + 89x^2 + 80x + 64$



د) شهادة ابن غازي المكناسي (تـ 1513):

اشتهر ابن غازي باستعماله الرّمزيّة المغربية، استعمالا كاملا، من بداية المسألة السّبتية إلى نهايتها، و هدف هذه المسألة هو حلّ معادلة من الدّرجة الرّابعة:

المسألة السبتية حسب ابن غازي



مخطوط عدد 124 عائلة الباسي جربة

$$\left(\frac{x}{2}+\frac{1}{2}\right) \times \left(\frac{x}{2}+\frac{1}{2}\right)$$

$$\left(\frac{x^2}{4}+\frac{x}{2}+\frac{1}{2}\right) \times \left[\left(\frac{x^2}{4}+x+\frac{1}{2}\right)-1\right]$$

$$\left(\frac{x^2}{4}+\frac{x}{2}+\frac{1}{2}\right) \times \left(\frac{x^2}{4}+x-\frac{1}{2}\right)$$

$$\left(\frac{x^4}{8}+\frac{x^3}{2}+\frac{8x^2}{2}+2x+\frac{1}{8}\right) - \left(\frac{x^2}{4}+\frac{x}{2}+\frac{1}{4}\right)$$

$$\frac{x^4}{8}+\frac{x^3}{2}+\frac{x^2}{2}-\frac{1}{8} = 1225$$

$$\frac{x^4}{8}+\frac{x^3}{2}+\frac{x^2}{2} = 1225+\frac{1}{8}$$

$$x^4 + 4x^3 + 4x^2 = 9801$$

$$x^2 + 2x = 99$$

$$x^2 + 2x + 1 = 100$$

$$x + 1 = 10$$

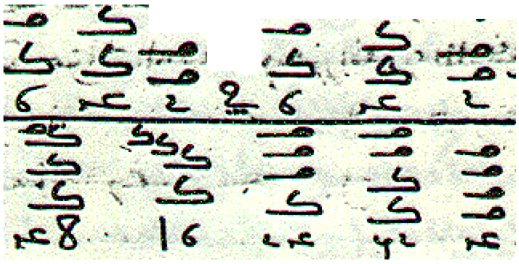
$$x = 9$$

---

20 ابن الهائم المصري، شرح الأرجوزة الياسمينية في الجبر والمقابلة، تحقيق المهدي عبد الجواد، الجمعية التونسية للعلوم الرياضية، 2003.

21 القطرواني، «تحصيل المنى في شرح تلخيص أعمال الحساب»، تحقيق حميدة الهادفي، الجامعة التونسية ، (ص. 62).

ووردت أوّل صورة معروفة حاليًا لضرب كثيرات الحدود في كتاب «بغية الطّلاب في شرح منية الحساب» لابن غازي [22]: « وهذا مثال منه بديع جُمع في ألواح ما يحتاج منه الجمع، ثمّ وُضع منه هنا كما ترى» [23]:



$(2x^4 + 4x^6 + 6x^5) \times (2x^4 + 4x^6 + 6x^5)$

$4x^8 + 52x^{10} + 24x^9 + 16x^{12} + 48x^{11}$

7. انتشار الرّموز المغربية إلى الشرق الإسلامي

أنتشر استعمال الرّموز الأندلسية والمغربية إلى مصر وبغداد ثمّ إلى الشرق الإسلامي الأقصى بانتشار شروح الأرجوزة الياسمينية[24] وشروح تلخيص أعمال الحساب لابن البناء وخاصة عبر كتب القلصادي (تـ 1486) كشرح تلخيص أعمال الحساب[25] وكتب الرّياضي ابن الهائم المصري (تـ 1412) كمرشدة الطالب إلى أسنى المطالب[26].

ودرّسوا بعض رياضيي الشرق حساب الغبار حسب المنهاج المغربية وشاعت كتبهم في مدارس السلطنة العثمانية. نذكر مثلا

- استعمال الكسور المغربية في كتاب «مختصر في علم الحساب» لعبد القادر السّخاوي (تـ 1506) وفي كتاب «شمس النهار في صناعة الغبار» لعُثمان بن مالك الدمشقي (تـ 1593).
- استعمال الرّموز المغربية في كتاب «اليواقيت المنفصلات باللآلي النيّرات في أعمال ذوات الأسماء والمنفصلات» لابن بيري المكّي (تـ 1617) الذي يذكر فيه أيضًا القلصادي وابن غازي المكناسي.

22 ابن غازي المكناسي، بغية الطلاب في شرح منية الحُساب، تحقيق وتقديم محمد سويسي؛ جامعة حلب1983 .)صفحة 302)

23 إنّ الصورة غائبة من تحقيق محمد سويسي ولكنّه موجود في الكثير من النسخ لم يعثر عليها المرحوم.

24 وقد حظيت هذه الأرجوزة بشهرة كبيرة في المغرب وفي المشرق وشرحها الكثير مما درّس الجبر كابن قنفذ القسنطيني (تـ 1406) والعقباني (تـ 1408) وابن الهائم (تـ 1412) وابن المجدي (تـ 1447) والقلصادي (تـ 1486) وسبط الماردينى (تـ 1506)، ودرّست في المدارس والمساجد إلى أواخر القرن التاسع عشر.

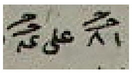
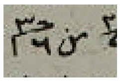
25 القلصادي، شرح تلخيص أعمال الحساب، تحقيق وتقديم فارس بنطالب؛ بيروت: دار الغرب الإسلامي، 1999.

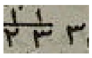
26 ابن الهائم المصري، مرشدة الطالب إلى أسنى المطالب، تحقيق وتقديم فارس بنطالب؛ بيروت: دار الغرب الإسلامي، 1999.

دور ابن حمزة المغربي (تـ 1614)

يعتبر كتاب ابن حمزة المغربي[27] في الحساب من أوّل وأهمّ المنشورات الرياضية العثمانية. ألف ابن حمزة « تحفة الأعداد لذوي الرشد والسداد» باللغة التركية سنة 1591، واستعمل ككتاب مدرسي في العديد من المدارس العثمانية.

يلاحظ قارئ كتاب ابن حمزة أنّ المؤلف تأثّر الكثير من ابن الهائم ولكنّه استعمل الرّموز المغربية بكثافة، غير أنّه لم يدخل أي جديد فيها بل أنّه أظهر بعض التقهقر بالنسبة لابن غازي عند طرحه للمسألة السّبتية إذ لم يقدّمها بالرّموز من أوّلها إلى آخرها بل أطنب في تفسير كلّ مرحلة من مراحل العمل. وهذه نماذج من استعماله للرّموز في كتابه. (الصور منقولة من مخطوط أسعد أفندي، عدد 2-3151، المكتبة السليمانية باستانبول).

 (110)	 (123)	 (92)	 (90)
$10 - 2x = 6x - 4$	$(32\ x + 4x^2) - (4x^3 + 32)$	$\sqrt{\sqrt{81}} : \sqrt{\sqrt{4}}$	$3\sqrt{\sqrt{16}} - 3\sqrt{\sqrt{9}}$

 المسألة السبتية		 (127)	 (94)
$\frac{x^4}{8} + \frac{x^3}{2} + \frac{x^2}{2} = 1225 + \frac{1}{8}$	$(\frac{x^4}{8} + \frac{x^3}{2} + \frac{3x^2}{8} + 2x + \frac{1}{8}) - (\frac{x^2}{4} + \frac{x}{2} + \frac{1}{4})$	$(2 + \frac{1}{2} - x^2) \times (12 - x)$	$3 + \frac{1}{8} + \frac{1}{2 \times 3}$

الخاتمة : إحياء الرّموز المغربية في القرن الثامن عشر

لم يحصل أي جديد في استعمال الرّموز المغربية بعد عصر ابن غازي المكناسي في الكتب التي عرفت في المغرب وفي مصر، وواصل الشيوخ تدريس كتب ابن البناء والقلصادي وابن غازي وشرحها وأبقوا الرموز على حالها الأصلي بل أصبحت صور الكسور والجذور والعبارات الجبرية رديئة، كثير ما يداخلها خلل وخلط لعدم فهم الناسخ لها وقلّة استعمالها الفعلي في حلّ المسائل.

27 أبوه جزائري وأمّه تركية، ولد علي بن والي بن حمزة في الجزائر وتكوّن فيها وفي استانبول وأتقن العلم وخاصة الحساب. ثمّ عاد إلى الجزائر بعد وفاة أبيه ورحل إلى مكة للحج مع أمه. فاشتغل خمسة عشر عاما في ديوان المال العثماني بمكّة، ثمّ عاش في تركيا وتوفي فيها.

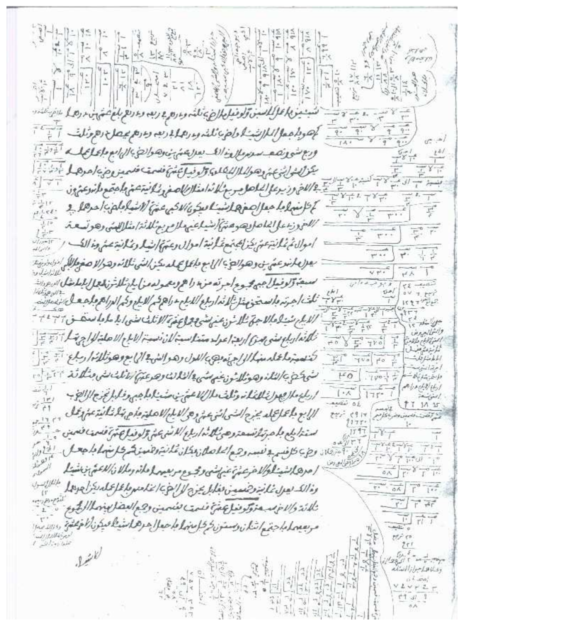
وتغيّر هذا الوضع كلّيًا في فطرة قصيرة من القرن الثامن عشر إذ اهتمّت حلقة الرياضي والفلكي العثماني مصطفى صدقي[28] (تـ 1769) بكتب الحساب والجبر المغربية واهتمّت خاصة بالرّموز المغربية وجدّدت استعمالها في الحساب والجبر وأثرته باختراع رموز جبرية جديدة وبحلّ المسائل باستخدام هته الرّموز، من أوّلها إلى آخرها، دون الالتجاء إلى أي شرح لفضي.

(أ) إبراهيم بن مصطفى الحلبي[29] (تـ 1776)

إبراهيم الحلبي، المشهور في مصر كأستاذ في الفقه الحنفي، استقر في استانبول ودخل حلقة مصطفى صدقي الذي علّمه الحساب عبر شروح كتب ابن البناء وابن الهائم، وعلّمه الجبر عبر قراءة «شرح الأرجوزة الياسمينية» لابن الهائم المصري.

وتوجد حاليا نسخة من هذا الشرح تملّكها إبراهيم الحلبي قبل سنة 1747 وكتب على حاشيتها بعض ملاحظات أستاذه وقدّم الحلول لكلّ مسألة وردت في كتاب ابن الهائم حلا جبريا مستعملا الرّموز المغربية مُستغنيا عن كلّ شرح لفضي ومُبينا بذلك سيطرته على هذا المنهاج السّريع والدّقيق للوصول إلى النتيجة المرجوة.

وهذه صورة شمسية من هذه النسخة[30]:



28 تعمّق مصطفى صدقي، الأزهري التكوين في الفلك والرياضيات، في دراسة كتب الهندسة اليونانية التي ترجمت إلى اللغة العربية واشترى أهمّ المراجع العربية في الفلك والرياضيات أو استنسخها وتدارسها ودرّسها وحرّر شروحا لها. وترأس حلقة علمية تكون ضمنها عديد من الطلبة كإبراهيم الحلبي وشكر زاده. وتعتبر حلقة مصطفى صدقي فرعا هامًا من الحركة العلمية التجديدية العثمانية التي تبلورت في استانبول في النصف الثاني من القرن الثامن عشر.

29 إبراهيم بن مصطفى الحلبي أزهري التكوين ومدرّس في الفقه الإسلامي. ترأس وفدا من الشيوخ توجهوا إلى الباب العليّ بشكوى من أعمال والي القاهرة سنة 1740، فاستقرّ باستانبول، وعيّن أستاذا في مدارس إستانبول في الحساب والجبر.

30 إبراهيم بن مصطفى الحلبي (م. 1191 هـ /1776)، العالم في الرياضيات. سينشر في عدد 15 لمجلّة تاريخ العلوم العربية التي يصدرها معهد التراث العلمي العربي بحلب.
Mahdi Abdeljaouad, La circulation des symboles mathématiques maghrébins entre l'Occident et l'Orient musulmans, *Actes du 9e Colloque maghrébin sur l'histoire des mathématiques arabes* (Tipaza, 12-13-14 mai 2007) (en voie de publication)

(ب) شُكر زاده فيض الله سرمد[31] (تـ 1787)

اشتهر شكر زاده كأنجب طالب لمصطفى صدقي ومساعد له. كتب عدّة كتب، أهمّهم «أمثلة التلخيص لابن البنّاء والحاوي لابن الهائم»[32].

وفي ما يلي نقدّم صورة الشمسية من ورقة من هذا الكتاب وهي أحسن شهادة على أناقة النّسخ وحسن الخطّ ورونق النّتيجة في استعمال الرّموز المغربية للحلّ المسائل العددية والجبرية[33].

يحلّ شكر زاده مسألتين في هذه الورقة:

1. «مال، إذا ضربناه في نفسه، ثمّ زدنا على الحاصل تسعة دنانير، فكان ستّة أمثال الأوّل. كم هو؟»
2. «عشرة، قسّمناها قسمين. وضُرب كلّ قسم في نفسه – أي ربّع كلّ قسم منها – وجُمع الحاصلان، فكان ثمانية وخمسين. كم القسمان؟ (فلزم من هذا أن يكون أحد القسمين أصغر والآخر أكبر).

أمّا المسألة الأولى، فهي تؤدّي إلى حلّ المعادلة: $x^2 + 9 = 6x$. والحلّ: 3.

والمسألة الثانية هي منظومة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين:

$$\begin{cases} x + y + 10 \\ x^2 + y^2 = 58 \end{cases}$$

وحلّها $x = 7$ و $y = 3$.

المهدي عبد الجواد (الجامعة التونسية)

31 شُكر زاده، عالم في الفلك والرياضيات وكذلك شاعر وخطاط وناسخ الكتب العلمية وشيخ مُعلى وأستاذ.

32 أسعد أفندي عدد 2-3150، المكتبة السليمانية، استانبول.

33 Seker-Zade (m. 1787) : Le témoin le plus tardif faisant un usage vivant des symboles mathématiques maghrébins inventés au 12e siècle, *Actes du 10e Colloque maghrébin sur l'histoire des mathématiques arabes* (Tunis, 29-30-31 mai 2010), Tunis, ATSM, Avril 2011. (pp. 7-32)

72

مال اذا ضربناه في نفسه ثم زدنا على الحاصل تسعة دنانير فكان ستة امثال الاول كم هو،

الشئ المجهول وهو النصف
وهو ٣

عشرة قسمتها قسمين وضرب كل قسم في نفسها اي ربع كل قسم
منهما وجمع الحاصلان فكان ثمانية وخمسين كم القسمان فلزم
من هذا ان يكون احدا القسمين اصغر والآخر اكبر