مركز ابن البنّا المراكشي
للبحوث والدراسات في تاريخ العلوم في الحضارة الإسلامية

المملكة المغربية
الرابطة المحمدية للعلماء

La transmission de l'oeuvre des coniques d'Apollonius à la tradition mathématique des pays d'Islam

Abdelmalek BOUZARI
Ecole Normale Supérieure
Kouba-Alger

www.arrabita.ma

La transmission de l'œuvre des Coniques d'Apollonius à la tradition mathématique des pays d'Islam

Abdelmalek BOUZARI
Ecole Normale Supérieure
Kouba-Alger

1. Les coniques d'Apollonius

La dernière synthèse connue de la théorie des coniques dans la tradition grecque est celle d'Apollonius de Perge (ca. -260). En plus de son traité sur les sections coniques, il a publié six autres ouvrages en mathématique(1). Dans son Fihrist [Le Catalogue], Ibn an-Nadim (m. 995) nous rapporte que quatre parmi ces oeuvres auraient été traduites en arabe(2). D'après l'étude de quelques fragments de ces textes qui ont été conservés dans l'une ou l'autre des traditions grecque et arabe, l'oeuvre des Coniques est le seul écrit, où l'auteur expose une théorie globale(3).

---

(1) PAPPUS: La collection mathématique, VER EECKE, P. (trad.), Paris, Blanchard, 1982, vol.VII, pp. 503

(2) IBN AN-NADIM: al Fihrist [Le catalogue], Beyrout, Dar al-Maôrifa, non datée, pour les autres écrits d'Apollonius traduits en arabe, voir : F. SEZGIN : Geschichte des Arabischen Schrifttums, Leide, Brill, vol.V, 1974, pp.142-143. Nous noterons, par la suite, cette référence G.A.S.

(3) J.P.HOGENDIJK: Arabic traces of lost works of Apollonius, Archive for History of Exact Sciences, 35(1986), pp.187-253.

Telle qu'elle se présente dans cet ouvrage, cette théorie est considérablement enrichie et renouvelée par Apollonius qui y a introduit de nouvelles définitions et de nouvelles caractérisations des sections coniques, et y a établi d'importantes propositions relatives aux propriétés de ces courbes.

Comme il le mentionne lui-même dans la préface du livre I et dans celle du livre III, l'oeuvre des Coniques est composée de huit Livres. Les quatre premiers ont survécu en grec et en arabe alors que les livres V-VII n'existent qu'en version arabe(1). Quant au Livre VIII, il semble qu'il ne soit jamais parvenu aux scientifiques arabes.

Le traité des Coniques d'Apollonius

Le traité des Coniques d'Apollonius est écrit suivant le modèle Euclidien. Les propositions, qui sont parfois posées comme problèmes, lorsqu'il s'agit d'une construction à effectuer, sont formulées dans un énoncé littéral, suivi de leur formulation à travers un exemple puis démontrées. Le schéma du stemma des propositions est implicite c'est-à-dire que les résultats acquis sont utilisés sans référence aux propositions antérieures à celles d'autres ouvrages antérieurs.

Résumé du traité des Coniques d'Apollonius

Selon Apollonius lui-même, les livres I à IV rassemblent, coordonnent et enrichissent les connaissances acquises par ses prédécesseurs sur les

---

(1) APOLLONIUS DE PERGE: Coniques, Tome 1.1: Livre I, RASHED, R. (édit.); Tome 1.2: Livre I, Decorps-Foulquier, M. & Federspiel, M. (édit.), Berlin-New York, De Gruyter, 2008.

sections coniques. Quant au reste du traité, il ne renferme, essentiellement, que des contributions originales pour son époque.

Nous présentons, ci-dessous, quelques aspects essentiels du contenu de l'ouvrage: Dans les premières définitions du Livre I, on trouve une nouvelle manière de concevoir la génération du cône. Il considère un cercle C et un point A dans deux plans différents. Par le point A, il fait passer une droite à la circonférence du cercle. Il fait mouvoir cette droite autour de la circonférence de C jusqu'à ce qu'elle revienne à son point de départ. Il définit ainsi la surface conique. Il appelle cône la surface délimitée par la surface du cercle C, la surface conique située comprise entre le sommet et la circonférence de C. Il distingue le cône droit du cône oblique par le fait que la droite (ou axe) issue de A au centre du cercle (base) est perpendiculaire ou non.

Cette nouvelle manière d'engendrer le cône, le démarque de ses prédécesseurs qui considéraient le cône comme étant le solide engendré par un triangle rectangle tournant autour de l'un des côtés de l'angle droit.

Avec sa nouvelle définition Apollonius unifie, pour la première fois, la génération de toutes les sections coniques à partir d'un seul cône – et pas forcément droit – en coupant sa surface conique (qui est constituée de deux nappes) par des plans quelconques non nécessairement perpendiculaires à l'une des nappes, il obtient ainsi les trois sections coniques que nous connaissons et qu'il appelle: Ellipse, parabole et hyperbole (avec ses deux sections opposées). Puis il expose les définitions et les ordonnées, les sommets, les centres des courbes... etc.

La nouvelle terminologie introduite par Apollonius pour désigner les trois courbes semble être liée au procédé d'application des aires et non à la génération de courbes comme sections de cône(1). C'est du moins l'explication admise dans la tradition arabe, comme cela est confirmé par la terminologie utilisée pour les trois courbes. En effet, alqat' al-mukāfī [la parabole] signifie "la section équivalente", al-qat 'az-zā'id [l'hyperbole] signifie "la section excédante" et al-qat al-naqis [l'ellipse] signifie "la section déficiente".

Pour expliciter ces termes, revenons aux caractérisations des trois courbes.

Soit une conique de sommet O et de diamètre (D), soit M un point de cette conique tel que MN soit une ligne ordonnée par rapport au diamètre (D) et soit OR une longueur donné (paramètre)

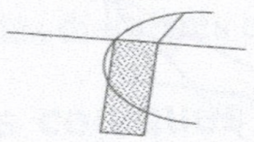
Apollonius caractérise la parabole dans la proposition [C; I: 11] par [Fig. 1]:

$MN^2 = ON.OR$. Ce qui signifie que si on applique le carré de côté MN sur la droite OR, la largeur produite est ON.

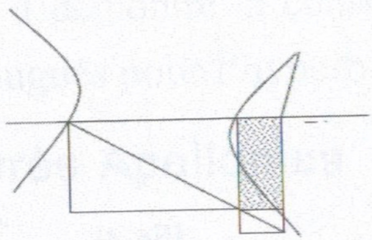
Apollonius caractérise dans la proposition [C; I: 12] l'hyperbole par [Fig. 2]: $MN^2 = ON.OR + ON.LL'$. Ce qui signifie que la surface du carré de côté MN est égale à une surface qui excède le rectangle ON.OR d'une surface (ON.LL') semblable à la surface (OO'RR') dont les côtés sont le diamètre transverse et le diamètre droit de la courbe considérée.

(1) Voir les différentes interprétations émises par les historiens des sciences au sujet de cette terminologie dans DECORPS-FOULQUIER, M.: Les Coniques d'Apollonios de Pergé. Thèse de Doctorat d'Etat, Clermont-Ferrand, 1994. p. 21.

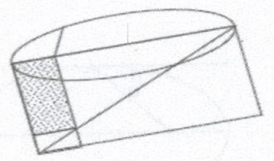
Apollonius caractérise dans la proposition [C; I: 13] l'ellipse par [Fig. 3]: MN2 = ON.OR . ON.LL'. Ce qui signifie que la surface du carré de côté MN est égale à une surface qui est déficiente par rapport à ON.OR d'une surface (ON.LL') semblable à la surface (OO'RR') dont les côtés sont le diamètre transverse et le diamètre droit de la courbe considérée.



[Fig.1]



[Fig.2]



[Fig.3]

Après avoir défini les tangentes, prouvé leur unicité et montré qu'il n'y a aucune droite entre la tangente et la courbe, il termine le livre I par des problèmes de construction des sections coniques.

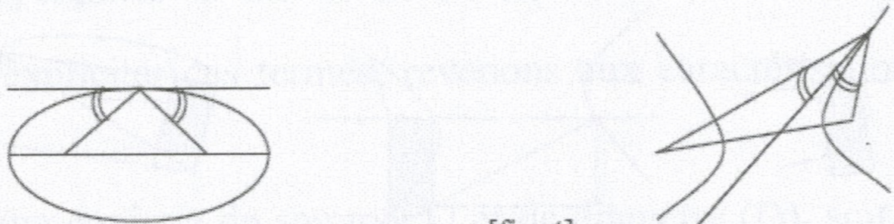
Le Livre II commence par la définition de l'asymptote puis une caractérisation de l'hyperbole par les asymptotes. Dans les propositions [C; II: 8, 12], Apollonius donne une caractérisation de l'hyperbole très utile pour la résolution des fameux problèmes non constructibles à la règle et aux compas(1).

Dans le livre III, la proposition [C; III: 45] est consacrée "aux points issus de l'application" de l'ellipse et l'hyperbole. Elle

(1) BOUZARI, A.: Les coniques dans les mathématiques arabes à travers un traité attribué à al-Khāzin (Xe S.), Thèse de Magister présentée à l'E.N.S., Alger, 1999, p. 45.

révèle d'une manière subsidiaire, et pour la première fois, la notion de foyers.

Quant à la proposition [C; III: 48], elle présente les propriétés focales de l'ellipse et de l'hyperbole. Si ABC est une tangente au point B d'une conique centrée et soit F et F' les foyers de cette conique alors ABF = CBG [fig. 4].



[fig. 4]

Le livre III se termine par les propriétés bifocales de l'ellipse et de l'hyperbole [C;III: 52-53] qui permettent de tracer les courbes d'une manière continue.

Le livre IV est consacré à l'étude des intersections des courbes coniques.

Le livre V traite des lignes maxima et minima, c'est à dire aux droites les plus longues et les plus courtes que l'on puisse mener d'un point au périmètre d'une section conique. Dans ce Livre, Apollonius résout un grand nombre de problèmes sur les maxima et les minima en distinguant les cas où le point considéré est situé sur l'axe de la conique ou bien il est situé hors de cet axe.

Le Livre VI concerne l'égalité et la similitude des sections coniques et se termine par des problèmes de construction de cônes semblables à un cône droit donné, capables respectivement d'une parabole, d'une hyperbole ou d'une ellipse donnée.

Le livre VII est présenté par Apollonius comme étant un ouvrage de préparation au livre VIII qui est, malheureusement, perdu. Il y démontre des propositions sur les diamètres conjugués. Dans la proposition [C; VII: 12] il démontre pour la première fois, la constance de la somme des carrés des diamètres conjugués pour l'ellipse et dans la proposition [C; VII: 13] il démontre la constance de la différence des carrés des diamètres conjugués pour l'hyperbole.

2. Les coniques après Apollonius

En dehors de quelques éléments épars, l'histoire de la circulation directe du texte des Coniques depuis sa publication jusqu'au VIe siècle nous est pratiquement inconnue. Elle commence en fait avec la recension réalisée par Eutocius d'Ascalon (ca. 510) et dont une copie sera découverte au début du IXe siècle, par Ahmad, l'un des trois frères Banû Musā.

Les traces des sources indirectes sont un peu plus consistantes. Il s'agit de lemmes, de variantes à des démonstrations ou des références à des propositions des Coniques.

Parmi ces sources, il y a, en premier lieu, le traité de Sérénus (IVe s.) composé de deux Livres intitulés, respectivement, De la section du cylindre et De la section du cône(1), les Lemmes que Pappus a ajoutés

(1) SERENUS: Le livre de la section du cylindre et le livre de la section du cône, VER EECKE, P. (trad.), Paris, Blanchard, 1969, Livre I, p. 2-64, Livre II, p. 64-167. Cette référence sera citée, par la suite, ainsi: Le livre de la section du cylindre.

à certaines propositions des Coniques[1], le Commentaire d'Eutocius au traité Sur la Sphère et le cylindre d'Archimède[2] et le Commentaire d'Eutocius aux Coniques[3].

3. La circulation des Coniques d'Apollonius dans la tradition arabe

La théorie des coniques a été transmise à la tradition mathématique arabe essentiellement à travers l'oeuvre des Coniques d'Apollonius[4] car les autres écrits grecs parvenus aux arabes et qui ont un lien avec les coniques sont des textes d'application[5]. La recherche et la traduction d'ouvrages scientifiques de différentes civilisations furent très encouragées durant le règne de Harun ar-Rasihîd (786-809) et celui de son fils al- Ma'mun (813-833). Ce qui amena à la création d'une institution unique en son genre. Cette institution qui porte le nom de Bayt al-hikma [Maison de la sagesse], sera conçue pour être un lieu de traduction, d'activités scientifiques et de débats scientifiques, philosophiques et théologiques[6].

---

(1) PAPPUS: La collection mathématique, op. cit., p. 718-750.

(2) ARCHIMEDE: La Sphère et le Cylindre. In "Les oeuvres complètes d'Archimède", VER EECKE, P. (trad.), Paris, Blanchard, 1960.

(3) M. DECORPS-FOULQUIER: Les Coniques d'Apollonios de Pergé, op. cit., p. 17-18; SEZGIN, F.: G. A. S., Vol. V, op. cit., p. 186.

(4) F. SEZGIN: G.A.S., op. cit., vol.V, pp. 136-142.

(5) J. P. HOGENDIJK: Greek and Arabic Constructions of Regular Heptagon, Archive for History of Sciences, vol. 30 (1984).

(6) A.DJEBBAR: Le phénomène de traduction et son rôle dans le développement des activités scientifiques en Pays d'Islam, Actes des "Journées sur les Ecoles savantes en Turquie" (Ankara, 24-29-Avril 1995), Istambul, Editions Isis, 1996, pp. 93-112.

Parmi les scientifiques et les philosophes qui ont fréquenté Bayt alhikma, il y a les frères Banû Musā, Ahmad, al-hasan et Muhammad (m.872). C'est sous leur direction que la traduction, la plus connue à ce jour, des Livres des Coniques, a été réalisée.

La préface des Banû Musā nous apprend que la traduction a été faite à partir de deux manuscrits, l'un contenant les livres I-VII, que nous notons la version (A), écrite"sous la forme sous laquelle Apollonius les avait composés"(1). D'après les Banû Musā, ils eurent de grandes difficultés à assurer une traduction à partir de cette version, car le manuscrit était corrompu et surtout difficile à comprendre. Leur persévérance dans les investigations a permis à Ahmed de découvrir une recension des livres I-IV de l'oeuvre des Coniques d'Apollonius(2), que nous notons la version (B). Cette version éditée par Eutocius d'Ascalon, contenait un texte moins corrompu que la version (A). Cette découverte permit à Ahmed d'entreprendre un premier travail de correction et d'analyse mathématiques des premiers livres. En revenant à Baghdad il termina le travail pour le reste des livres. La préface nous apprend aussi qu'après sa maîtrise de l'oeuvre complète des Coniques, il proposa des lemmes pour chaque proposition qu'il jugea difficile à la compréhension.

Les banû Musā nous apprennent que la version (A) n'est pas une recension de l'oeuvre mais une version contenant des propositions

---

(1) APOLLONIUS: Kitab al-makhrutat, Ms. Mashhad, Astan Quds, n° 5391, f.2a.

(2) La préface nous apprend qu'Ahmed a été nommé responsable de la poste en Syrie, il a cherché dans la région une autre version du livre d'Apollonius mais il n'eut qu'une version de la recension d'Eutocius.

originales d'Apollonius. Mais ils ne nous informent pas sur la langue dans laquelle les versions (A) et (B) étaient écrites.

Si ces versions étaient écrites en langue grecque cela suppose qu'Ahmed maîtrise parfaitement cette langue puisqu'il a pu comprendre le sens mathématiques et faciliter sa compréhension en proposant des lemmes aux propositions difficiles des sept livres.

Si ces versions étaient écrites dans une autre langue que le grecque, cela suppose deux possibilités: ou bien elles étaient écrites dans une autre langue que l'arabe et pour les mêmes raisons, cela nous informe sur la capacité linguistique d'Ahmed et aussi sur l'existence de l'oeuvre des Coniques dans une autre langue. Ou bien, il y eu peut être une première traduction en arabe faite à l'attention des Banû Musā pour qu'il puisse juger de l'importance du texte et cela nous révéle l'existence d'une première version des coniques.

La préface des Bâna Musa nous apprend que c'est sous leur direction que Hilal Ibn Abi Hilal al-Himsi (IXe s.) est chargé de traduire les livres I-IV et Thābit Ibn Quarra (m. 901)(1)est chargé de traduire les livres V-VII.

Quels sont les facteurs qui ont amené les Bâna Musa à faire ce choix de distributions de tâches entre les deux traducteurs?

---

(1) THABIT IBN QURRA (836-901) compte parmi les plus importants savants et traducteurs arabes. Dans le seul domaine des mathématiques, on lui doit plus de trente traités qui sont: soit des œuvres originales, soit des traductions, soit des révisions de traductions antérieures. Pour plus de détails sur la liste de ses travaux voir F. SEZGIN: G.A.S., op.cit., vol. V, 1974, pp. 268-272, vol. VII, 1979, pp. 404-405.

Bien que nous sommes mieux informés sur la vie et l'oeuvre de Thābit, Les sources biobibliographiques directes ou indirectes qui ont été consultées ne nous donnent que peu d'information sur celles de Hilal Ibn Abi Hilal al-Himsi (IXe) et nous n'avons trouvé aucune information sur sa formation, ou ses écrits. Etait-il uniquement traducteur d'autres langues à l'arabe? C'est du moins la catégorie dans laquelle il est classé par le biobibliographie Ibn Nadim(1). Et c'est pour cela, il nous semble, qu'il a été chargé, sous la direction de l'expert des coniques en ce temps, qui est Ahmed Banu Musā, de traduire les premières livres des Coniques dont il existe deux versions grecques (A) et (B).

Quant à Thābit le mathématicien, il a été chargé de traduire des livres restants.

Et, cette traduction des livres V-VII est basée uniquement sur la version (B), qui d'après les Banû Musā eux-mêmes est "corrompu et difficile à la compréhension" bien qu'Ahmed a posé des lemmes pour sa compréhension. Le choix d'un mathématicien pour cette partie nous semble avoir été fait pour que des propositions ou des parties de propositions puisse être corrigé, ajouté, retranché ou restauré afin de rendre le texte "mathématiquement exploitable".

Dans ce cas là et en l'absence d'autres traces des Livres V-VII, la version réalisée sous l'égide des Banû Musā semble avoir subit une influence certaine du mathématicien Thābit Ibn Qurā.

En dehors de la traduction connue des Coniques des Banû Musā, les sources directes arabes évoquent, parfois même d'une manière très

---

(1) IBN NADIM: Op.cit. pp. 399.

explicite, une ou deux autres traductions partielles ou complètes (ou peut être même de simples révisions). C'est le cas du mathématicien as-Sijzî (Xe s.) qui se réfère "à la quatrième <proposition> du second <Livre> du traité du noble Apollonius sur les coniques et dans la première <proposition du même Livre> de la traduction d'Ishaq"(1).

C'est également le cas d'al Khazin qui parle dans son Kitāb al Makhruttat [Livre des coniques](2) de la correspondance entre les numérotations des propositions des Coniques dans les versions dont il disposait, il dit: "Et si nous nous referons à l'une des propositions du traité <des Coniques> par un chiffre et que l'on n'y trouve pas ce dont on a besoin, on rétrograde, dans la traduction de Thābit, de deux propositions ou trois, car il lui manque ce nombre par rapport au nombre de propositions du traité dans la traduction de Ishaq Ibn Hunayn et de Hilal Ibn Abi Hilil"(3).

Il semble, d'après ces informations qu'Ishaq et Hilal ont révisé les premiers livres et que Thābit a terminé son projet entamé sous la direction des Banû Musā en faisant la traduction complète de l'ouvrage des Coniques ou simplement en révisant la traduction existante des premiers livres.

---

(1) J.P. HOGENDIJK: Greek and Arabic constructions of the regular heptagon, op. cit., pp. 295-296.

(2) Voir l'édition critique traduction et analyse du - Ms. Alger, B.N. n° 1446 : (ff. 126b-153a. Ms Bodleian, Hunt. N° 237: ff. 82a-104b. dans A. BOUZARI: Les coniques dans la tradition mathématique arabe: l'Exemple de Kitab al Makhrutattat d. Abu Jaʿaffar al khāzin (Xe), Thèse de magistere, Ecole Normale Supérieure d'Alger, 1999.

(3) Op.cit., pp. 170-171.

En l'absence d'autres sources historiques sur ces traditions, nous ne pouvons pour le moment que signaler leurs existences.

Quant au Livre VIII des Coniques, dont aucune copie grecque ou arabe ne nous est parvenue à ce jour, les informations que nous avons sur son existence et sur son contenu proviennent de différentes sources grecques et arabes[1].

Il semble que le contenu de ce Livre a sérieusement préoccupé les géomètres arabes pour que l'un d'entre eux ait conçu le projet de sa reconstitution. Il s'agit du grand mathématicien Ibn al Haytham qui a consacré à cette reconstitution un ouvrage intitulé Maqala fi itmām kitab al-makhrûätt [Livre sur la complétion <du traité> des Coniques][2].

4. Les travaux arabes sur l'oeuvre des Coniques d'Apollonius

La première contribution arabe est l'importante introduction mathématiques et qui est constituée de Lemmes utiles à la compréhension du texte (ou préliminaires), ajoutée par les frères Banû Mûsā et qui restera, depuis le IXe siècle, un élément constitutif de la version arabe des Coniques.

Après eux, ce traité va bénéficier d'un certain nombre de rédactions complètes ou partielles, de commentaires, de résumés et même de

(1) PAPPUS: La Collection Mathématique, op. cit., pp. 503. IBN AN-NADIM: Al-fihrist, op. cit., p. 373

(2) J.P. HOGENDIJK: Ibn al-Haytham's Completion of the Conics, New York, Springer Verlag, 1985.

gloses marginales dont nous citons à titre d'exemple quelques titres et auteurs

Pour **les rédactions complètes ou partielles**, il y a :

- ash-Shïrāzï (ca. 1160): Kitāb tasaffuh l-makhrūtāt [Le livre de l'étude des Coniques] كتاب تصفح المخروطات
- Nasïr ad-Dïn at-Tsûï (m. 673/1274): Tahrïr al-makhûtrāt [Rédaction des Coniques] تحرير المخروطات

Pour **les commentaires** les sources bios bibliographiques en citent deux:

- Ibrāhim Ibn Sinān (m. 946): l'ouvrage ne nous est pas parvenu.
- Muhyï ad-Dïn al-Maghribï (VIIe/XIIIe s.): Sharh Kitāb Abulûnyûs fi l-makhrutat [Commentaire au Livre d'Apollonius sur les coniques].

شرح كتاب أبولونيوس في المخروطات

Pour **les résumés**, les sources n'en évoquent qu'un seul :

- al-Isfahani (ca.1119): Talkhisal makhrutat [Résumé des Coniques] تلخيص المخروطات

Les gloses marginales connues sont au nombre de deux(1):

- Maïmonide (m. 1208): Hawashï 'alā ba'd ashkāl Kitāb al-makhrutat [Gloses sur certaines propositions du Traité des Coniques] حواشي على بعض أشكال كتاب المخروطات

(1) F. SEZGIN: G.A.S., op. cit., vol. V, pp. 136-142.

- Anonyme: hawashi ' ala Kitab al-makhrutat [Gloses sur le Traité des Coniques] حواشي على كتاب المخروطات

Les écrits que nous venons d'évoquer appartiennent presque tous à la tradition mathématique d'Orient. Quant à celle de l'Occident Musulman, sur la théorie des coniques, seules trois contributions andalouses, toutes du XIe siècle, ont été révélées par les sources exhumées au cours de ces deux et trois dernières décennies.

Le premier important ouvrage, qui a été découvert partiellement est le Kitab al istikmal [Le livre de la complétion][(1)]. Cet ouvrage est attribué au Roi de Saragosse al Mu'taman Ibn Hûd (m. 1085)[(2)]. La circulation de cet ouvrage au Maghreb, en Egypte et en Asie centrale[(3)] a probablement contribué à maintenir vivants certains aspects du traité d'Apollonius.

Ce livre était conçu pour être mis à la disposition des étudiants et qui devaient semble-t-il, être étudier dans la catégorie des

---

(1) J.P. HOGENDIJK: The geometrical part of the Istikmāl of Yusuf al-Mu'taman Ibn Hud (11th Century), an Analytical Table of Contents, Archives Internationales d'Histoire des Sciences, n° 127, vol. 41 (1991), pp. 207-281.

(2) Pour plus d'information sur l'ouvrage et sur son auteur voir aussi A. BOUZARI: La géometrie des coniques dans la tradition de l'Occident Musulman à travers le Kitāb al-Istikmāl [Livre de l'accomplissement] d'al-Mu'taman (m. 1085). Thèse de Doctorat, Vol 1. Lille1 2008.

(3) A. DJEBBAR: Deux mathématiciens peu connus de l'Espagne du XIe siècle: al-Mu'taman et Ibn Sayyid. Colloque International sur "Les mathématiques autour de la méditerranée jusqu'au XVIIe siècles" (Marseille-Luminy, 16-21 avril 1984); Parus dans M. Folkerts & J. P Hogendijk (édit.): Vestigia Mathématica, Studies in medieval and early moderne mathematics in honour of H.L.L. Busard, Amsderdam-Atlanta, 1993, pp. 79-91.

Mutawassitat (les Intermédiaires). Nous rappelons que les livres des Mutawassitat étaient sensés prolonger les ouvrages de base grecs en géométrie et en astronomie.

Le second ouvrage, dont seul un fragment nous est parvenu dans une version hébraïque, est attribué à Ibn as-Samh (m.1035). Il est décrit par le biobiliographe du XIe siècle sā'id al-Andalusï comme "un grand livre en géométrie où sont puisées toutes ses parties relatives à la ligne droite, arquée et courbes".

Le nom complet d'Ibn as-Samh est Abu l-Qāsim Asbagh ibn Muhammad Ibn as- Samh al-Mahrī. Peu de chose nous est parvenu sur sa vie et sur sa formation. Il serait né à Cordoue et, à une époque indéterminée, il s'est installé à Grenade où il a peut-être fréquenté la cour de l'émir Habûs Ibn Maksān (ca.1019-1038). Il mourut dans cette ville en 1035, à l'âge de 56 ans[1].

Il eut, parmi ses professeurs, le célèbre mathématicien et astronome Maslama al- Majrîtï (m.1007). On sait aussi qu'il s'était spécialisé en théorie des nombres, en géométrie, en astronomie théorique et appliquée[2]. Il s'est également intéressé à la médecine. Ses publications en mathématique ont concerné la géométrie euclidienne, la science du calcul appliquée aux problèmes de transaction, la théorie des nombres et la géométrie des coniques[3]. Ce dernier aspect de son

(1) SĀÎD: Tabaqāt al-umam, op. cit., p. 169-170.

(2) Op. cit., p. 167-172.

(3) Voici les titres fournis par said: Kitab al-mudkhal ila l-handasa [Livre sur l'introduction à la géométrie], Kitāb al-mu'āmalāt [Livre sur les transactions], Kitab tabi'at al'adad [Livre sur la nature du nombre] et al-Kitab al-kabir fi l-handasa [Le grand livre sur la géométrie].

travail devait se trouver dans le quatrième ouvrage cité par Sā'id. C'est du moins ce qu'autorisent à penser des fragments qui nous sont parvenus dans une traduction hébraïque, réalisée en 1312 par Qalonymos ibn Qalonymos.

Le recueil est intitulé Ma'amar ba-itewanot we-hamehuddadim [Le traité sur les cylindres et les cônes](1). Il est composé de deux parties. La première semble être une introduction dans laquelle l'auteur a rassemblé des définitions et des résultats sans démonstrations. Nous y trouvons d'abord la définition de la sphère et de ses différents éléments avec l'annonce de l'étude, dans un chapitre non encore retrouvé, de ses sections planes, de son aire et de son volume. Puis sont présentées les définitions du cylindre et de ses éléments, en distinguant deux espèces : les cylindres droits, à base circulaire ou elliptique, et le cylindre oblique subdivisé de la même manière. On y trouve enfin les deux définitions du cône, celle d'Euclide et celle d'Apollonius.

La seconde partie de ce texte est composée de 21 propositions qui sont toutes consacrées à l'étude du cylindre et de ses sections planes. L'auteur y démontre, en particulier, que l'ellipse obtenue par la section d'un cylindre par un plan non parallèle aux bases peut être identifiée à la "figure circulaire allongée" par la rotation du sommet d'un triangle dont la base est fixe et dont la somme des deux autres côtés est constante, ce qui correspond à la définition bifocale de l'ellipse.

---

(1) T. LEVY: Fragment d'Ibn al-Samh sur le cylindre et sur ses sections planes (édition et traduction française). In: R. RASHED: Les Mathématiques infinitésimales du IXe au XIe siècle, Vol. I, op. cit.

Comme troisième exemple du traitement et de l'utilisation des coniques en Occident Musulman, nous sommes informés sur le projet d'un autre mathématicien moins connu que le précédent. C'est 'Abd ar-Rahmāne Ibn Sayyid (XIe). Nous n'avons que peu d'information sur sa vie, ses écrits ou sa formation(1).

Les seules informations que nous possédons proviennent de deux sources mathématiques qui sont Fiqh al-hisab d'Ibn Mun'im et surtout d'une lettre écrite par le philosophe Ibn Bajja (m.1138) à un de ses amis sur le projet de recherche de son professeur Ibn Sayyid sur la théorie des sections coniques et son utilisation.

Dans la première partie de ces travaux, Ibn Sayyid aurait simplifié et abrégé le contenu des Coniques d'Apollonius.

Dans la seconde partie, il aurait étudié les courbes issues des intersections de surfaces coniques et non coniques. Dans une troisième partie il utilise ces courbes pour engendrer, par projection sur un plan et par itération, des courbes planes qui sont:

1. Distinctes des coniques (puisqu'il parle de martaba =degré)
2. Distinctes entre elles (toujours au sens de degré).

Dans la quatrième partie, il a appliqué ces derniers résultats à la résolution de deux problèmes classiques que sont :

---

(1) Dans la at-Takmila li Kitab as-sila d'Ibn al Abbar. on apprend qu'en 1063 il étudiait encore la science des héritages à Jativa (Valence) et en 1068 said al Andalosi dans ses Tabaqat al-Umam le cite dans sa catégorie des jeunes mathématiciens de son temps.

- La multi section d'un angle (n. 3) (On signale que ce problème ne fût traité que bien plus tard au XVII ème siècle par Descartes).
- L'inscription d'un polygone régulier à n côtés.

5. Conclusion

La circulation de la théorie des coniques, a permit considérablement aux mathématiciens des pays d'Islam de contribuer aux pratiques mathématiques. Dans les domaines appliqués, tels que l'astronomie et l'optique, les mathématiciens se sont intéressés aux tracés, point par point, des trois sections coniques, et à chercher les moyens de construire ces courbes à l'aide d'un tracer continu. Ce qui a aboutit à la publication d'une série d'ouvrages[1] décrivant un instrument, appelé "le compas parfait". Puis partant des solutions du problème des deux moyennes proportionnelles exposées dans les Commentaires d'Eutocius au livre de la sphère et le cylindre d'Archimède et des solutions de la trisection de l'angle contenues dans la proposition 8 du livre des Lemmes, des mathématiciens vont, dans un premier temps, étudier, critiquer et souvent redémontrer les solutions de ces problèmes. Puis, toute une tradition s'est développée autour de ces problèmes et de nombreuses méthodes mécaniques et géométriques utilisant les sections coniques furent élaborées.

(1) «Contribution de l'Occident Musulman au développement des mathématiques: L'exemple des sections coniques». In: Actes du Colloque Printemps de Cirta, Eclosions mathématiques et philosophiques (Constantine 25-26 avril 2009), Université Mantouri de Constantine (Ed.). 2009. 1-18 ou maths.cirta.idoo.com/pdf/Bouzari.pdf

Le domaine des applications des coniques va prendre encore plus d'ampleur lorsque les mathématiciens vont s'intéresser au problème de l'inscription de l'heptagone régulier. Un autre domaine où les sections coniques sont intervenues d'une manière significative est celui de la résolution géométrique des équations cubiques. Les recherches dans ce domaine sont parties des fameux problèmes dits "solides" hérités des grecs. Les mathématiciens des pays d'Islam vont leur donner des solutions par intersection de sections coniques puis ils seront amenés à utiliser ces courbes pour résoudre géométriquement toute une série d'équations du troisième degré préparant le terrain à al-Khayyàm (m. 1131) qui publiera une étude complète des équations cubiques(1). Ce travail sera enrichi, un siècle plus tard, par Sharaf ad-Din at-Tusi (m. 1213)(2).

(1) A. DJEBBAR & R. RASHED (édit. & trad.): L'oeuvre algébrique d'al-Khayyam, Alep, Institut for the History of Arabic Sciences, 1981.

(2) R. RASHED: Entre arithmétique et algèbre, Paris, les Belles Lettres, 1984, p. 147-193.