المملكة المغربية
الرابطة المحمدية للعلماء
مركز ابن البنّا المراكشي
للبحوث والدراسات في تاريخ العلوم في الحضارة الإسلامية

حول دراسة المخطوطات الرياضية العربية والإسلامية في روسيا غالينا ماتفيفسكايا نموذجا

معهد تاريخ العلوم والتكنولوجيا التابع لأكاديمية العلوم الروسية - موسكو
أ.د. محمود حمزة

www.arrabita.ma

حول دراسة المخطوطات الرياضية العربية والإسلامية في روسيا

غالينا ماتفييفسكايا نموذجا

أ. د. محمود الحمزة
معهد تاريخ العلوم والتكنولوجيا
التابع لأكاديمية العلوم الروسية ـ موسكو

1. مقدمة: جهود المستعربين الروس في دراسة المخطوط الرياضي العربي

بدأت دراسة المخطوطات العلمية العربية في روسيا منذ حوالي ستين عاماً بالضبط وذلك مع نشر أول دراسة معمقة ليوشكيفيتش[1] [1] عن الجبر عند عمر الخيام (1948). ومن المعروف بأنه تأسست مدرسة كاملة سوفييتية لدراسة تاريخ الرياضيات العربية والإسلامية توزعت فروعها في مدينة موسكو ولينينغراد (سان بطرسبورغ حالياً) وقازان وطشقند وباكو ودوشنبيه وغيرها. وعمل العشرات من العلماء السوفييت المختصين في اللغات والعلوم الدقيقة على ترجمة مخطوطات عربية نادرة، محفوظة في مكتبات تلك المدن، في الرياضيات والفيزياء والطب والفلك والهندسة والصيدلة وغيرها.

وقد تم التركيز في روسيا على دراسة الرياضيات في المشرق العربي مع اهتمام ضعيف برياضيات المغرب العربي والأندلس لأسباب تتعلق قبل كل شيء بندرة المخطوطات

---

(1) ما بين المعقوفين يشير إلى رقم الترتيب في لائحة المراجع أسفله.

المغاربية والأندلسية في المكتبات الروسية. ومن جانب آخر كان هناك احتكاك بين المستعربين الروس وبلدان المشرق العربي.

أما دراسة الرياضيات في المغرب العربي والأندلس فقد بدأت لأول مرة في روسيا منذ سبع سنوات من قبل كاتب هذه السطور بالاشتراك مع الباحثة الروسية مريم روجانسكايا. ويرجع ذلك إلى العثور على مخطوطة في مكتبة معهد المخطوطات الشرقية التابع لأكاديمية العلوم الروسية ومخطوطة أخرى في المكتبة العلمية لكلية اللغات الشرقية في جامعة سان بطرسبورغ وهما: «تلخيص أعمال الحساب» لابن البناء المراكشي، و«كشف الأسرار عن علم حروف الغبار» للقلصادي. وتمت ترجمة مخطوطة ابن البناء بكاملها إلى الروسية مع التعليق التاريخي والرياضي حول محتوياتها وكذلك أنجزت ونشرت ترجمات من العربية إلى الروسية مع دراسات تاريخية ورياضية لأجزاء من مخطوطات الحصار وابن غازي المكناسي والقلصادي ويعيش الأموي وابن الهائم وابن الياسمين وغيرهم [2 -5].

وتدل دراسات الباحثين الروس حول تاريخ الرياضيات العربية، على غزارتها وعمقها. وهي تقيم بشكل موضوعي الإسهام العلمي العربي والإسلامي في تطوير العلوم وتأثيره في نهضة العلوم في أوروبا. وللأسف فهذه الأبحاث العلمية والنتائج القيمة التي توصل إليها هؤلاء المستعربون الروس، ما تزال معظمها مجهولة بالنسبة للقارئ العربي وحتى الأوروبي.

وقد قام المستعربون الروس بإجراء بحوث موسعة وعميقة لأعمال العشرات من العلماء العرب والمسلمين مثل الخوارزمي والبيروني وثابت ابن قرة وابن سينا وعمرالخيام وعبد الرحمن الخازني ونصير الدين الطوسي وأبي كامل المصري وأبي الوفاء البوزجاني وجمشيد الكاشي وبهاء الدين العاملي وابن عراق وابن البغدادي وغيرهم الكثير. ومن أبرز المستعربين الروس الذين تركوا بصمات في دراسة تاريخ الرياضيات

العربية نذكر أ.يوشكيفيتش و ب. روزنفلد و غ. ماتفييفسكايا وم. روجانسكايا و غ. د.مامدبيلي وغ. د. جلالوف وم. ي. ميدفوي وبولغاكوف وأحمدوف وغيرهم.

وتعتبر غالينا ماتفييفسكايا (مواليد 1930) أنموذجا مهما لدور المستعربين الروس في إحياء التراث العلمي العربي والإسلامي في القرون الوسطى (انظر الملحق)[1]. فقد أمضت ماتفييفسكايا ثلاثين عاماً في ترجمة ودراسة المخطوطات العلمية العربية والإسلامية ونشرت مئات الدراسات والبحوث العلمية المعمقة ونذكر من أعمالها: «تاريخ دراسة المقالة العاشرة لأقليدس»[2] و«دراسات حول العدد في المشرق الإسلامي في القرون الوسطى» وموسوعة «علماء الرياضيات والفلك المسلمين وأعمالهم في القرون 8-17» (3 أجزاء). ولها دراسات عن الخوارزمي والبيروني والفارابي وابن لبان وابن عراق ونصير الدين الطوسي وابن البغدادي وابن قرة وابن سينا والصوفي والقزويني وأبي عبد الله الخوارزمي (صاحب مفتاح العلوم) والعاملي وغيرهم [6 - 10].

تركت هذه العالمة الروسية الكبيرة بصمات واضحة في دراسة المخطوط الرياضي والفلكي العربي، وتتميز مع ذلك بالتواضع العلمي الشديد. وليس صدفة أنها كثيراً ما

---

(1) سلطت الضوء في بحوث سابقة على بعض الصفحات المشرقة من تاريخ الاستعراب في روسيا. انظر: محمود الحمزة، من تاريخ دراسة العلوم العربية في روسيا وجمهوريات الاتحاد السوفييتي سابقاً. بحث ألقي في مؤتمر تاريخ العلوم السادس والعشرين لمعهد التراث العلمي العربي في جامعة حلب. 10-14 أبريل 2005. وأيضا: الحمزة: دور الترجمة والاستعراب في التواصل الحضاري بين العرب والروس. المؤتمر السنوي الرابع لمركز المخطوطات. المخطوطات المترجمة. مكتبة الإسكندرية 29-31 مايو 2007.

(2) المقالة العاشرة من كتاب الأصول هي أعظم ماكتبه أقليدس ويعتبرها الباحثون أكثر أعماله اكتمالاً وشمولاً لموضوع المقادير الصماء وتصنيفها وهي أكبر مقالاته وأصعبها على الفهم.

تستشهد بعبارات العالم المسلم الكبير محمد بن موسى الخوارزمي في مقدمة كتابه الشهير: «كتاب الجبر والمقابلة»، حيث قال:

«ولم تزل العلماء في الأزمنة الخالية والأمم الماضية يكتبون الكتب، مما يصنفون من صنوف العلم ووجوه الحكمة، نظراً لمن بعدهم واحتساباً للأجر، بقدر الطاقة ورجاءً أن يلحقهم من أجر ذلك وذخره وذكره ويبقى لهم من لسان الصدق ما يصغُر في جنبه كثيرٌ مما كانوا يتكلفونه من المؤونة ويحملونه على أنفسهم من المشقة في كشف أسرار العلم وغامضه. إما رجل سبق إلى ما لم يكن مستخرجاً قبله، فورثّه من بعده؛ وإما رجل شرح مما أبقى الأولون ما كان مستغلقاً، فأوضح طريقه وسهل مسلكه وقرّب مأخذه؛ وإما رجل وجد في بعض الكتب خللاً فلمّ شعْثَه وأقام أوده وأحسن الظن بصاحبه غير زادٍ عليه ولا مفتخرٍ بذلك من فعل نفسه»[1].

وتقول ماتفييفسكايا في مقدمة كتابها عن دور العلماء العرب والمسلمين في التقدم العلمي البشري[7]:

« بدأت، مع تزايد الاهتمام بالمخطوطات العربية ودراسة محتوياتها منذ أواسط القرن التاسع عشر، تتغير الفكرة الخاطئة والتي تفيد أن فضل علماء المشرق يقتصر على حفظ التراث اليوناني والهندي ونقله إلى أوروبا. فقد تبين أن علماء الإسلام قدموا إسهامات واكتشافات علمية ونظريات جديدة. وهناك نتائج علمية عميقة تركت أعظم الأثر في أعمال علماء أوروبا في القرون 13-16 م.

(1) يجدر الذكر هنا أن البروفيسور رشدي راشد انتقد مفهوم نقل العلوم ويقول: ينبغي الحديث هنا عن امتداد وتوسع للرياضيات اليونانية وليس عن مجرد نقلها إلى العربية وعن تشكل علم الجبر بوصفه اختصاصا مستقلا بذاته داخل علم الرياضيات.

لقد قدم العلماء العرب – كما تؤكد ماتفييفسكايا- أجوبة على أسئلة العصر وبلوروا علوماً رياضية جديدة ومستقلة مثل الجبر وحساب المثلثات المستوية والكروية والطرق الحسابية والهندسة القياسية[1]. ثم تقول:

«يمكن الوصول إلى هذا الاستنتاج (حول دور العلماء العرب) على أساس دراسات قام بها روزنفلد ب. و يوشكيفيتش أ. حول نظرية الخطوط المتوازية في المشرق القروسطي[2]. وتورد ماتفييفسكايا مثالاً آخراً وهو نظريات العلماء العرب حول العدد، والذي قامت بدراسته بالتفصيل. فما هي أهم الخلاصات التي خرجت بها ماتفييفسكايا من هذه الدراسة؟

2 . بعض أعمال ماتفييفسكايا عن الرياضيات العربية

تركت هذه الباحثة الروسية أعمالا مهمة في تاريخ الرياضيات العربية، أهمها:

1. **دراسات في المثلثات الكروية** من خلال ترجمة وشرح مخطوطة أبي نصر بن عراق (ق. 10) «إصلاح كتاب منالاوس في الأشكال الكرية». طشقند. 1983.
2. كتاب حول مخطوطة بهاء الدين العاملي (ق. 16-17) «خلاصة أعمال الحساب». ترجمة وتعليق رياضي وتاريخي. نشر في طشقند. 1992. وتقول في خاتمة الكتاب: «إن مؤلفات العاملي وتلامذته مثل محمد نجم الدين واليزدي تؤكد بأن الأعمال الإبداعية الأصيلة للعلماء العرب والمسلمين لم تتوقف، كما يقول البعض، في

---

(1) المقالة العاشرة من كتاب الأصول هي أعظم ماكتبه أقليدس ويعتبرها الباحثون أكثر أعماله اكتمالاً وشمولاً لموضوع المقادير الصماء وتصنيفها وهي أكبر مقالاته وأصعبها على الفهم.

(2) نظرية الخطوط المتوازية في المصادر العربية. ب. روزنفلد، أ. يوشكيفيتش. ترجمة س. شلهوب وك. ن عبد الرحمن. معهد التراث العلمي العربي. جامعة حلب. 1989.

القرن الخامس عشر مع مدرسة أولغ بك في سمرقند، وإنما استمرت في القرنين السادس عشر والسابع عشر.

3. كتاب عن حياة وأعمال عالم الفلك عبد الرحمن الصوفي (ق. 10). موسكو. 1999. وركزت بشكل خاص على مخطوطة الصوفي: «كتاب صور الكواكب الثابتة» و«رسالة الأسطرلاب».

4. «كتاب أولغ بك». موسكو. 1997. وفيه تتحدث عن حياة أولغ بك (ق. 14-15) ونشاطه العلمي الكبير. فقد كان حاكماً لسمرقند وعالماً كبيراً وهو حفيد تيمورلنك. وفي عهد أولغ بك تشكلت في سمرقند مدرسة علمية كاملة تبحث في الرياضيات والفلك في القرن الخامس عشر. وهو الذي أمر ببناء مرصد سمرقند، وكان لأولغ بك إسهامات علمية مثل مشاركته في كتابة «زيج أولغ بك» إلى جانب كبار علماء عصره أمثال الكاشي والقوشجي وقاضي زاده الرومي ومريام شلبي ونظام الدين البرجندي. أما مكان مرصد سمرقند فقد اكتشف بعد أربعة قرون من إنشائه.

5. كتاب: «حول تاريخ الرياضيات في آسيا الوسطى». نشر في طشقند. 1962.

6. كتاب: «لمحة من تاريخ حساب المثلثات». نشر في طشقند. 1990. وفيه تتحدث ماتفييفسكايا عن تطور المثلثات المستوية والكروية في اليونان والهند والعالم الإسلامي. وبعد دراسة مفصلة لحساب المثلثات، توصلت الباحثة إلى استنتاج مفاده أن العرب والمسلمين هم من جعل حساب المثلثات علماً رياضياً مستقلاً عن الفلك. وتذكر بدور ابن عراق والبيروني والطوسي.

7. موسوعة «علماء الرياضيات والفلك في العالم الإسلامي في القرون الوسطى ومؤلفاتهم» (ق. 8-17) [9]. تعد هذه الموسوعة من أهم أعمال ماتفييفسكايا وقد ضمنتها خلاصة أبحاثها في تاريخ الرياضيات العربية التي قامت بها على مدى

عشرات السنين وقد أعدت هذا المؤلف الضخم بالتعاون مع المستعرب الروسي-الأمريكي المعروف ب. روزنفلد[1]. وتتكون الموسوعة من 3 أجزاء.

يضم **الجزء الأول** تعريفاً مفصلاً بالعلوم الرياضية العربية مثل الترقيم والحساب وجمع المتسلسلات والمعادلات الجبرية واستخراج الجذور والهندسة وحساب المثلثات والطرق التفاضلية والتكاملية. وكذلك عن العلوم الطبيعية: الفلك والآلات الفلكية والجغرافيا والميكانيكا والبصريات وغيرها. وتطرق إلى مسائل فلسفة الرياضيات والعلوم الطبيعية عند العرب والمسلمين.

أما **الجزء الثاني** من الموسوعة وهو الأهم من بين الأجزاء الثلاثة، حيث يعرف هذا الجزء بحياة ومؤلفات أكثر من ألف عالم رياضيات وفلك عربي ومسلم عاشوا بين القرنين الثامن والسابع عشر. وقد أشار المؤلفان في هذه الموسوعة بأن مؤرخ العلوم سوتر عرض لحياة وأعمال حوالي 500 عالم عربي ومسلم، وأرادا أن يوسعا هذه الموسوعة لتشمل ألف عالم. ومع ذلك فالموسوعة قدمت خدمات لا توصف للباحثين في تاريخ الرياضيات والفلك العربيين، المستخدمين للغة الروسية، وما زالت حتى الآن.

وكرس **الجزء الثالث** من الموسوعة للتعريف بعلماء لم تعرف تواريخ حياتهم، وبمخطوطات مجهولة المؤلفين، وكذلك فهارس رتبت حسب أسماء العلماء وأخرى حسب عناوين المؤلفات.

---

(1) بوريس روزنفلد (1917 - 2008): رياضي ومؤرخ رياضيات من روسيا له عدد كبير من البحوث في تاريخ الرياضيات العربية والإسلامية. هاجر عام 1990 إلى الولايات المتحدة، حيث عمل في جامعة بنسلفانيا حتى مماته. وقد أصدر ترجمة تلك الموسوعة إلى الإنجليزية مع بعض التعديلات بالاشتراك مع مؤرخ الرياضيات التركي إكمال الدين إحسان أوغلو (اسطمبول 2003). ولكنه لم يذكر اسم غالينا ماتفييفسكايا في الترجمة الإنجليزية مما أثار ردة فعل سلبية كبيرة لديها حيال تصرف روزنفلد غير الأمين وغير الوفي (وهذا ما عبرت عنه غالينا ماتفييفسكايا، بغضب شديد، أثناء لقائنا في موسكو مؤخراً) [10].

3 . دراسات ماتفييفسكايا حول تطور مفهوم العدد

كان موضوع رسالتها للدكتوراه في العلوم الرياضية بعنوان: «دراسات حول العدد في المشرق القروسطي». وقد نشرت ماتفييفسكايا تلك الرسالة في كتاب خاص بنفس العنوان. ويعتبر هذا الكتاب عملاً موسوعياً ضخماً يلقي الضوء بالتفصيل على التطور التاريخي لمفهوم العدد والمقدار منذ القدم وخاصة عند العلماء العرب والمسلمين.

وركزت المستعربة ماتفييفسكايا بشكل خاص على الجبر الهندسي اليوناني ومفهوم العدد الأصم عند إقليدس. وقامت بترجمة أهم المخطوطات العربية إلى الروسية والتي كرست لشرح المقالة العاشرة من «الأصول» لإقليدس حول الكميات الصماء. ومن تلك المخطوطات: مخطوطة المهاني (ق. 9) «تفسير المقالة العاشرة من كتاب إقليدس» والخازني (ق. 10) «شرح المقالة العاشرة من كتاب إقليدس» وابن البغدادي (ق. 10) «رسالة ابن البغدادي في «المقادير المشتركة والمتباينة» وهي شرح للمقالة العاشرة من «الأصول» لإقليدس والهاشمي (ق. 10). ودرست مخطوطات ابن الهيثم (ق.10-11) ويوحنا ابن حارث بن البطريق القس (ق. 10) ونصير الدين الطوسي (ق.13) والنيريزي (ق. 9-10) وغيرهم.

ثم عرضت تطور الرياضيات في البلاد الإسلامية وقسمت الحساب إلى حساب نظري وحساب عملي. وتتحدث عن الجبر والخوارزمي. ثم تنتقل إلى مفهوم العدد الأصم (اللانسبي) عند إقليدس ودور العلماء العرب في تطوير تلك العلوم الرياضية وخاصة تطور مفهوم العدد. كما تطرقت ماتفييفسكايا إلى نظرية النسب وتوسيع مفهوم العدد واختتمت كتابها بالحديث عن تأثير العلوم العربية في النهضة الأوروبية.

بالرغم من أن نيقوماخوس فصل مفهوم العدد عن الهندسة، وأن ديوفنطس قام بحل المعادلات السيالة (غير المحددة) في مجموعة الأعداد النسبية، إلا أنهما لم يتوصلا إلى مفهوم العدد الحقيقي الذي توصل إليه العلماء العرب والمسلمين. فقد أسهموا بقسط كبير في بلورة هذا المفهوم متقدمين بذلك على علماء اليونان، الذين نظروا إلى

العدد على أنه عدد طبيعي وتعاملوا مع المقدار الهندسي وليس مع العدد الذي اعتبروه مفهوماً مجرداً عن الهندسة.

درست الباحثة الروسية، بشكل دقيق، مفهوم العدد وتطوره لدى العلماء العرب والمسلمين، وأشارت إلى أن الجبر أصبح لأول مرة علماً مستقلاً طبقت طرقه لحل عدد كبير من المسائل النظرية والتطبيقية. علماً أن الجبر اليوناني اصطدم بصعوبة كبيرة، لأنه تقيد بالربط بين مفهوم العدد والمقدار الهندسي. وقد حاول ديوفنطس تحرير الجبر من الهندسة، ويبدو – حسب ماتفييفسكايا-أنه اعتمد على التقاليد البابلية الحسابية الجبرية القديمة. كما لوحظ اتجاه حَسْبَنَة الجبر في تطوير الرياضيات الهندسية. ومن جهة أخرى تقدمت الرياضيات الهندية خطوة إلى الأمام مقارنة بجبر ديوفنطس لأن الهنود أجروا عمليات ليس فقط على الأعداد النسبية وإنما اللانسبية أيضاً. ولكن الهنود لم ينظروا إلى الطبيعة الحسابية للكميات الصماء واستخدموا العدد السالب في حل المعادلات التربيعية. وربما تأثر الهنود بالرياضيات الصينية التي استخدمت العدد السالب (نقصان). وتوصل الهنود إلى قواعد العمليات الحسابية على الأعداد الموجبة والسالبة (سموها دَيْن) واكتشفوا قيمتي الجذر التربيعي وقطعوا شوطاً في الترميز الجبري.

وقد اعتمد رياضيو البلدان الإسلامية في القرون الوسطى على التراث الهندي واليوناني وطوروا – برأي ماتفييفسكايا – الرياضيات البابلية القديمة. فإبان القرن التاسع للميلاد لم يكتف العلماء العرب بالمعرفة الواسعة للرياضيات اليونانية بل تجاوزوها إلى تكوين معرفة بحثية ولهذا تميزت معرفتهم بطابعي النقد والإبداع [8]. فالعرب لم يجعلوا الجبر علماً رياضياً مستقلاً وحسب، بل طوروه بدرجة كبيرة. وتؤكد ماتفييفسكايا على أن العرب لم ينظروا إلى الجبر كعلم لحل المسائل وإنما لتدريب العقل. وترى أن العلماء المسلمين في مؤلفاتهم قاموا بحسبنة الجبر[1].

---

(1) وهذا ما توصل إليه راشد وكتب عنه بالتفصيل في كتابه الشهير: «تاريخ الرياضيات العربية بين الجبر والحساب» [11].

ومن جهة أخرى استخدم العرب الهندسة لحل المعادلات الجبرية (بتأثير الجبر الهندسي اليوناني). ونظرية حل المعادلات التكعيبية باستخدام القطوع المخروطية. وتعود هذه النظرية إلى الخيام وكذلك لابن الهيثم والخازن. وبذلك حل العرب – كما ترى ماتفييفسكايا – مسائل كان قد طرحها أرخميدس في كتابه عن «الكرة والأسطوانة».

وتوصل العلماء العرب والمسلمون إلى مفهوم الحل العددي التقريبي للمعادلات الجبرية. فمثلاً قام البيروني بحل المعادلة التكعيبية: $x^3 = 1 + 3x$ في النظام الستيني والتي نتجت عن مسألة إنشاء مضلع منتظم ذي عشرة أضلاع. كما أعطى الكاشي طريقة عبقرية تعتمد على الاستكمال الخطي لحل المعادلة التكعيبية: $x^3 + Q = px$ ، وهي طريقة متطورة لا تقل دقة عن الطرق التي ظهرت في أوروبا بعد فييت الفرنسي.

وعن الجبر، تقول المستعربة الروسية بأن تقدم العرب على اليونان في الجبر وتطبيقاته كان كثيراً، لأنهم لم ينظروا إلى الجبر كهندسة وإنما كنظرية عددية. وبرز هذا الاتجاه بشكل واضح في شروحات العلماء العرب للمقالة العاشرة من «الأصول» لإقليدس. وتؤكد الباحثة على أن العلماء العرب هم أول من توصل إلى الترميز الجبري بشكل واضح انتقلت بعض مؤثراته إلى أوروبا وما زالت حتى الآن، كرمز الجذر التربيعي $\sqrt{}$ الذي يعتبر حرف الجيم (أول حرف في كلمة الجذر) ولكنه مقلوب. وقد استخدم القلصادي (ق 15) رموزاً جبرية للمجهول (ش) ولمربع العدد (م) والمساواة (ل) والجذر التربيعي (جـ). بينما استخدم ابن حمزة المغربي (ق 16) مجموعة أشمل وأكمل للرموز الجبرية. لكن الباحث المغاربي محمد أبلاغ يشير إلى أن ابن الياسمين (ق. 12) استخدم الرموز الجبرية قبل القلصادي بعدة قرون. وهذا ليس بغريب لأن القلصادي كان قد اطلع على هذه الرموز عند ابن الياسمين وشرح أرجوزة ابن الياسمين.

وفي هذا الإطار نورد تحليل د. رشدي راشد حول دور العلماء العرب والمسلمين [12]، حيث يقول:

«فيما بين القرنين الثامن والرابع عشر الميلاديين اكتمل عقد البحث العلمي بشخصيات علمية بارزة كالخوارزمي أول من كتب في علم الجبر، وابن الهيثم الذي ندين له بأول ثورة علمية في مجال المناظر خصوصا والفيزياء على وجه العموم، وعمر الخيام الذي وضع أسس فرع جديد في علم الرياضيات وهو الهندسة الجبرية. غير أنه وعلى الرغم من عظمة هؤلاء وزخم وثراء عطائهم، فإن البحث العلمي لم يتخذ طابعاً فردياً فحسب بل قامت به هيئات منظمة من العلماء مثلت مجموعات بحث تنتمي إلى مدارس قائمة. ولنضرب مثالاً هنا عدًّا لا حصراً من أواسط القرن التاسع الميلادي بالآثار العلمية لمجموعة بني موسى في الرياضيات والفلك والميكانيكا. أو من القرن الثالث عشر بمدرسة مراغة بمراصدها وفئات باحثيها في علم الفلك» [12].

وقد كانت العلوم في الإسلام مكوناً رئيسياً من مكونات العلوم الكلاسيكية والتي تميزت بملمحين هما[12]:

أولاً: عقلانية جديدة جبرية (نسبة للجبر الرياضي) وتحليلية.

ثانياً: التوجه العلمي الجديد نحو التجربة بوصفها أساس الاستدلال في علم الفيزياء ومقوماً من مقومات النقد في البحث العلمي.

وتقول غالينا ماتفييفسكايا: «التزم علماء هذه المرحلة بالنظرة القديمة حول مفهوم العدد والمقدار وهم يدركون الفرق الجوهري بين هذين المفهومين. وبالتدريج انمحت الفوارق بين المفهومين. ففي البداية عمم مفهوم العدد على الكسور (العادية) ثم على النسب المتجانسة (المشتركة والمتباينة)».

وهذه طريقة جديدة – حسب رأي الباحثة- في العلم الرياضي، حيث استخدم الجبر والحساب العملي على نفس المستوى. وبعد ذلك أصبح العلماء

العرب أثناء حلهم للمسائل التطبيقية يتعاملون مع النسبة كعدد نسبي (الكسور) وكعدد أصم (الجذور)[1].

كما أن عملية الفصل بين الهندسة (علم المقادير المستمرة أو المتصلة) والحساب (علم المتقطعات) شكلت عقبة منطقية كبيرة أمام تطور الرياضيات اليونانية التي أصابها الضمور والانحسار. والمخرج كما هو معروف جاء على يد العلماء العرب بالجمع والدمج بين مفهوم العدد (الطبيعي والنسبي) والمقدار (الأصم) للوصول إلى مفهوم أعم وأشمل وهو العدد الحقيقي الموجب. إلا أن صياغة مفهوم العدد الحقيقي بمعناه الرياضي الدقيق هي مسألة معقدة حلها العلماء حتى القرن التاسع عشر للميلاد.

ومن خلال الاطلاع على بعض المخطوطات العربية في الحساب نجد أن العلماء العرب توصلوا إلى تطوير نوعي وجوهري لنظرية الأعداد مقارنة باليونان فقد تمت حسْبَنَة النظرية الهندسية للمقادير الصماء فأصبحوا يتعاملون معها كأعداد مستقلة عن المفاهيم الهندسية.

ويكفي أن نذكر هنا على سبيل المثال لا الحصر الرياضي والفلكي والفيلسوف والشاعر عمر الخيام (ق 11-12م) الذي درس كمية النسبة وتعامل معها كعدد إما صحيح أو كسري أو أصم وهذا تطوير للرياضيات اليونانية، ويقول الخيام إن دراسة الصلة بين مفهومي النسبة والعدد هي دراسة ذات طبيعة فلسفية ويؤكد الخيام على الفصل بين نظرية العدد والهندسة، ويذهب إلى أبعد من ذلك فيقول بأنه: يجب عدم

---

(1) إن اكتشاف المقادير الصماء جعل الفيثاغوريين، الذين رأوا في العدد مجموعة وحدات، يعترفون بالفرق الجوهري بين العدد والمقدار. ومن أجل التخلص من هذا الاشكال نشأت النظرية العامة لنسبة المقادير (التي كانت تلعب دور العدد الحقيقي) مقابل نظرية النسبة للأعداد الصحيحة (الكسور) ونشأ الجبر الهندسي كأداة فعالة مستخدمة في المقادير المُنْطَقة والصماء. ونذكر هنا أن الهنود بعكس اليونان تعاملوا مع المقادير الصماء بحرية أكبر، أي كأعداد، لكنهم لم يبرهنوا على صحة عملياتهم بشكل منطقي [12].

اعتبار المقدار خطاً أو سطحاً أو جسماً بل يجب اعتباره مجرداً من هذه الأشياء الملموسة، أن يتم تصوره كعدد. ويتوصل الخيام إلى دراسة نظرية معمقة لمفهوم العدد غير المُنْطَق بالإضافة لتقديمه فهم لوضع العدد غير المُنْطَق ككائن رياضي قائم بذاته. وفي ذلك يتجلى التحول الهائل في مفهوم العدد مما أدى لتطوير الحساب والجبر عند العرب والذي أدى بدوره إلى تسريع مهمة العلماء الأوربيين في هذا الإطار [13].

أما عن سبب خلط إقليدس بين صناعة (علم) العدد والهندسة فيقول الخيام في مقالته الثالثة «في تأليف النسبة وتحقيقه»: «فإن ذلك يعود» لأمرين: أحدهما ليكون كتابه [الأصول] مشتملاً على أكثر قوانين علم الرياضيات- ونعم ما رأى هذا- والثاني أنه محتاج إلى علم العدد في المقالة العاشرة، ولم يرد أن تكون براهين كتابه محتاجة إلى شيء خارج عن كتابه من علم الرياضيات؛ إلا أنه كان من الواجب أن يقدم العدديات على الهندسيات كما هما عند الوجود والعقل. ولكن البراهين العددية أصعب إدراكاً من البراهين الهندسية» [13، ص 334].

ويقول ابن البغدادي في هذا الإطار: «فأما من خدم صناعة العدد وحدها فإنه مع شدة حاجته إلى النظر في هذه المقالة [العاشرة] بما يقوده إلى البرهان عليها وإن كانت له طرق من الاعتقاد يرد بها فرع الشيء إلى أصله ومتشابهه إلى حقيقته لأن فرض العدد وتوابعه أسهل على النفس من فرض القدر[المقدار] ولواحقه»[14] أي أنه يفضل التعامل مع العدد على المقدار.

وبعد اطلاعها على المخطوطات العربية في مجال العدد توصلت ماتفييفسكايا إلى استنتاجات مهمة حول تطور مفهوم العدد أهمها:

1) لقد انتبه العلماء العرب إلى الصلة الوثيقة بين تصنيف المقادير الصماء في المقالة العاشرة وبين المعادلات الجبرية من الدرجة الثانية والرابعة وإيجاد جذورها.

2) وضع بعض علماء الرياضيات العرب مسألة التأسيس النظري للعمليات الحسابية على الجذور التكعيبية كنوع من الأعداد الصماء.

3) إن أعمال الكرجي المتميزة (مثلاً كتابه «البديع في الحساب») تضمنت تطويراً جوهرياً لدراسة ليس الجذور التربيعية والعمليات عليها وحسب بل الجذور من أي مرتبة، والعبارات المكونة منها (مثل ثنائي الحد). وقد كتب ب. لوكي: «لو كان هناك مواصلون حقيقيون لبحوث الكرجي لتوصلوا إلى استبدال الجذور التربيعية في الطرف الأيمن من العلاقة المعروفة:

$$\sqrt{a \pm b} = \sqrt{\frac{a+\sqrt{a^2-b^2}}{2}} \pm \sqrt{\frac{a-\sqrt{a-b^2}}{2}}$$

إلى جذور تكعيبية ولحصلوا على علاقة كوردانو. وهذه الملاحظة يمكن توضيحها من عبارة ثنائي الحد $(a+b)^3$ التي بإيجاد جذرها يمكن الوصول إلى حل المعادلة التكعيبية.

ونضيف هنا بأن بعض المؤلفات الجبرية تعاملت مع الجذور التربيعية باعتبارها عدداً بدون دراسة طبيعته. ومن يقرأ المقالة العاشرة لإقليدس يجد أنها تؤسس للرياضيات على أساس هندسي. ولكن عند ترجمة هذه النظريات والتعاريف إلى اللغة الجبرية المعاصرة فإن الأمر يختلف تماماً وتزول الصعوبات في فهم الطبيعة العددية للمقادير الصماء. وهذا بالضبط ما فعله العلماء العرب حيث قاموا بحسبنة النظرية الإقليدية للمقادير التربيعية الصماء (الجذور التربيعية) وهذه الخطوة لا يمكن وصف أهميتها ودورها في دفع الرياضيات إلى الأمام وخاصة في مجال نظرية العدد ومفهوم العدد الحقيقي [6]. وتعتبر أفكار العلماء العرب حول حساب القطع المستقيمة، والتي مهدت لظهور مفهوم العدد الحقيقي، مقدمة لظهور الأفكار الرياضية عند ديكارت.

4. ماتفييفسكايا ومصطلح «الرياضيات العربية»

تناقش ماتفييفسكايا مصطلح «الرياضيات العربية» فتشير إلى أن هذا المصطلح ليس دقيقاً، لأنه من الأصح أن نطلق اسم رياضيات أو ثقافة شعوب آسيا الوسطى. وبما أن الكتاب منشور في العهد السوفييتي فإن ماتفييفسكايا تبتعد عن وصف الرياضيات بالإسلامية، وتركز على الرياضيات في آسيا الوسطى، سيما وأنها عملت في مدينة طشقند وكانت متزوجة من عالم أوزبيكي.

وقد تطرق المستعربون الروس أمثال أ. يوشكيفيتش إلى «مصطلح الرياضيات العربية» وكان يفضل تسمية تلك الرياضيات «برياضيات الشعوب الناطقة بالعربية». وفي كتابه عن تاريخ الرياضيات في العصور الوسطى يستخدم مصطلح الرياضيات في بلاد الإسلام.

بينما استخدم أ. **كراتشكوفسكي** (توفي 1951)، وهو شيخ المستعربين الروس، مصطلح الاستعراب في روسيا واعتبر العلوم عربية. وألف كتباً قيمة في هذه المواضيع مثل: «نبذة من تاريخ الاستعراب في روسيا» و«مع المخطوطات العربية» و«المؤلفات الجغرافية العربية».

وقد تميز في أواسط القرن الماضي مؤرخ الرياضيات الروسي المعروف أ. يوشكيفيتش (توفي 1993) بنظرته الموضوعية تجاه دور العلوم العربية والإسلامية، حيث أكد على أن الثقافة العربية والإسلامية جزء أساسي وحتمي من الثقافة العالمية. وأن العلماء العرب لم ينقلوا العلوم القديمة من يونانية وهندية وغيرها ويحافظوا عليها من الضياع وحسب، بل أنهم أبدعوا نظريات جديدة. وقد قام يوشكيفيتش نفسه بدراسات قيمة في تاريخ الرياضيات العربية والإسلامية لاقت شهرة ورواجاً في العالم.

تورد ماتفييفسكايا في أحد مؤلفاتها أسماء أهم المراجع التي تطرقت إلى تاريخ الرياضيات في آسيا الوسطى. وهي من جهة تؤكد على أن الرياضيات ليست عربية وإنما هي رياضيات شعوب آسيا الوسطى منطلقة من الناحية الجغرافية، ومن جهة أخرى تنتقد العلماء الذين لم ينصفوا العرب والمسلمين ولم يقدروا دورهم في تطوير العلوم.

مثلاً تنتقد **إي. إيلغود** الذي اعتبر العلم فارسياً وليس عربياً. وتعترف بأن معظم المؤرخين يستخدمون مصطلح العلم العربي أو الرياضيات العربية أو الثقافة العربية مثل: **لانداو ر.** **ولو بون ج.** و **ميله أ.** و **ريسلير ج.س.** **وفاتساري غ.** **وسوتر ن..** أما **كاجوري ف.** – برأي ماتفييفسكايا- فلم يعط الرياضيات العربية حقها وقلل **تسيتين غ.** من أهمية الرياضيات العربية.

ومن الملاحظ أن معظم مؤرخي الرياضيات العربية في روسيا يربطون الرياضيات بكلمة الإسلام أكثر من كلمة العربية. فمثلاً أ. يوشكيفيتش كرس فصلاً مهماً من كتابه «تاريخ الرياضيات في القرون الوسطى» للرياضيات في بلاد الإسلام. وكذلك سميت موسوعة ماتفييفسكايا وروزنفلد «علماء الرياضيات والفلك... في بلاد الإسلام». بينما في الغرب يستخدمون كلمة رياضيات عربية أكثر من رياضيات إسلامية. وقد تكون لهذه الاختيارات خلفيات ثقافية وسياسية وإيديولوجية، إلا أن الجميع يقصدون بالنتيجة نفس العلم وهو الرياضيات المكتوبة باللغة العربية.

وأود أن أضيف بأن التراث العلمي العربي في ظل الحضارة العربية الإسلامية الممتدة من القرن 8 الميلادي وحتى القرن 16 للميلاد، غني جداً لدرجة أنه كان يتحتم على الإنسان المثقف، الذي يريد الإلمام بكل جوانب علوم عصره، أن يتعلم اللغة العربية.

وقد قال ج. سارتون في كتابه تاريخ العلم[1]: «إن علماء الإسلام والعرب عباقرة القرون الوسطى، وتراثهم من أعظم مآثر الإنسانية. إن الحضارة العربية الإسلامية كان لا بد من قيامها. وقد قام العرب بدورهم في تقدم الفكر وتطوره بأقصى حماسة وفهم. وهم لم يكونوا مجرد ناقلين، كما قال بعض المؤرخين، بل إن في نقلهم روحاً وحياة. فبعد أن اطلع العرب على ما أنتجته قرائح القدماء في سائر ميادين المعرفة نقحوه وشرحوه وأضافوا إليه إضافات هامة أساسية تدل على الفهم الصحيح وقوة الابتكار».

خاتمة: دراسة التراث العلمي العربي والإسلامي وأهميته

أشارت ماتفييفسكايا في معرض حديثها عن تأثير العلماء العرب في تطور الرياضيات في أوروبا إلى أن الترجمة من اللغة العربية إلى اللاتينية لعبت دوراً مهماً في تطور العلم في أوروبا وخاصة الرياضيات. فقد ازدهرت المدارس العلمية في الأندلس في القرن العاشر مثل قرطبة واشبيلية وغرناطة وأصبحت مراكز ثقافية وعلمية كبيرة

---

(1) جورج سارتون: تاريخ العلم (1991)، الأجزاء 1-4، دار المعارف – القاهرة.
.G. Sarton (A History of Science)

ومن المناسب هنا أن نلاحظ ما يلي:

1 - إن كلمة «مسلم» تعني كل من اعتنق الإسلام بغض النظر عن قوميته وجنسيته. أي هناك علماء مسلمون ليسوا عرباً، كما أن هناك علماء عرب وغير عرب ليسوا بمسلمين، ساهموا جميعاً في بناء الحضارة الإسلامية.

2 - إن كلمة «عرب» لا تعني المنحدرين من العرق العدناني أو القحطاني فحسب، إنما تشتمل على كل من نطق أو تثقف العربية. وعندما نقول العلماء العرب والمسلمين نقصد كل العلماء الذين كتبوا باللغة العربية وعاشوا في ظل الدولة العربية الإسلامية. ولو كانت هناك جوازات سفر لحملوا جوازاً عربياً أو إسلامياً. لذلك نسميهم اصطلاحاً علماء عرب لأن ثقافتهم عربية بغض النظر عن جنسيتهم الأصلية. انظروا إلى أمريكا فيها علماء من جنسيات مختلفة (عرب وألمان وروس وغيرهم). ولكنهم يعتبرون أمريكان لأنهم يحملون الجواز الأمريكي، ولا يمثل هذا انتقاصا من انتمائهم الأصلي لقومية ما أو ديانة ما، بل إن واقع الحال هو الذي أدى إلى ذلك [15].

بعد فتح المسلمين لها. وتوافد إلى الأندلس علماء من كل أنحاء أوروبا وبدأ عصر الترجمة إلى اللاتينية (ق. 12). وهنا لعبت التجارة دوراً مهماً بين الشرق وأوروبا وخاصة عبر صقلية وبيزنطة. وساهمت الحملات الصليبية في التواصل الثقافي والعلمي بين العرب والمسلمين وبين أوروبا.

ملحق: من السيرة الذاتية للمستعربة الروسية غالينا ماتفييفسكايا

هي من مواليد 13 يوليو 1930 في مدينة دنيبروبيتروفسك في روسيا. أنهت عام 1954 كلية الرياضيات والميكانيك في جامعة لينينغراد بتخصص «رياضيات». وحصلت عام 1959 على شهادة دكتوراه فلسفة (ph.d.) في تاريخ الرياضيات من معهد تاريخ العلوم والتكنولوجيا التابع لأكاديمية العلوم السوفييتية - فرع لينينغراد (المشرف العلمي: الرياضي المعروف الأكاديمي سميرنوف ف.ي.) وموضوع رسالة الدكتوراه: «المخطوطات غير المنشورة لليوناردو أويلر في نظرية الأعداد». ثم عملت باحثة علمية في نفس المعهد. أما في عام 1959-1960 فأصبحت باحثة علمية في معهد رومانوفسكي للرياضيات التابع لأكاديمية العلوم في طشقند عاصمة جمهورية أوزبكستان السوفييتية. ونالت عام 1968 درجة علمية «دكتوراه في العلوم الرياضية والفيزيائية» (doctor of sciences) وموضوع الرسالة: «دراسات حول العدد في المشرق القروسطي».

في عام 1974 نالت جائزة البيروني الحكومية في مجال العلوم والتكنولوجيا في جمهورية أوزبكستان. وحصلت عام 1980 على لقب الشرف «الشخصية المتميزة في مجال العلم في جمهورية أوزبكستان». ثم عملت في عام 1980- 1985 رئيسة لقسم الجبر والتحليل الرياضي في معهد رومانوفسكي للرياضيات التابع لأكاديمية العلوم الأوزبكية. وفي عام 1985 – 1991 كانت باحثة علمية رئيسية في قسم الجبر والتحليل الرياضي في نفس المعهد. وهي عضو في الأكاديمية الدولية لتاريخ العلوم. وعضو أكاديمية العلوم في جمهورية أوزبكستان.

بدأت دراسة تاريخ الرياضيات العربية في طشقند وذلك بتعلم اللغة العربية. وألفت كتاب: «حول تاريخ الرياضيات في آسيا الوسطى في القرون 9 – 15». وتمركز

عمل ماتفييفسكايا منذ هذه الفترة على دراسة المخطوطات العربية الرياضية والفلكية وتوصيفها وترجمتها وتحليلها العلمي.

في عام 1967 صدر لها كتاب «دراسة نظريات العدد في الشرق الأدنى والأوسط في القرون الوسطى». والذي اعتمد على الترجمات التي أنجزتها بنفسها للشروحات العربية للمقالة العاشرة لأوقليدس، وفي عام 1971 صدر لها كتاب «تطور النظريات حول العدد في أوروبا حتى القرن 17» معتمدة على ترجمات المصادر اللاتينية الأصلية التي أعدتها بنفسها. وفي السنوات اللاحقة قامت ماتفييفسكايا، بالاعتماد على المخطوطات العربية، بنشر سلسلة كبيرة من الأبحاث العلمية في تاريخ الجبر والعدد والمثلثات الكروية والمثلثات والفلك في العالم الإسلامي.

ومن الأعمال ذات الطابع المرجعي: ترجمة «رسالة عن المقادير غير القابلة للمقارنة بالقياس» لابن البغدادي (ق. 10 - 11) من العربية إلى الروسية مع الشرح والتعليق. كما نشرت في 1990 بحثاً حول تكون أسس رياضيات المقادير المتغيرة في الشرق الإسلامي: «دراسات في تاريخ حساب المثلثات».

واحتلت حيزاً هاماً في أبحاثها وكتبها مؤلفات العلماء العرب والمسلمين البارزين من القرون الوسطى مثل: الخوارزمي، الفارابي، عبد الرحمن الصوفي، ابن سينا، أبو الريحان البيروني، ابن عراق، نصير الدين الطوسي، أولغ بك وغيرهم.

وأولت ماتفييفسكايا اهتماماً خاصاً لإعداد الفهارس والبيبليوغرافيا العلمية وقد انعكست نتائجها في عشرات المقالات والكتب ومنها الصادرة عام 1983 في ثلاث مجلدات «علماء الرياضيات والفلك المسلمين في القرون الوسطى وأعمالهم (ق 8 - 17م)» بالاشتراك مع روزنفلد ب.أ.

بالإضافة إلى الرياضيات الإسلامية اهتمت ماتفييفسكايا بمسائل تاريخ الرياضيات في أوروبا في القرون الوسطى وفي فترات متأخرة. ودرست مسألة انتقال التراث

الرياضي العربي والإسلامي إلى أوروبا وقدمت دراسات حول تواصل الأفكار العلمية وعن الترجمات اللاتينية القروسطية لكتاب «الأصول» لأقليدس في طبعاته العربية وغيره. وقد أعدت كتباً مهمة عن علماء رياضيات مشهورين مثل: رينيه ديكارت، راموس، ألبريخت ديور. علماً أنها بدأت حياتها العلمية بدراسة أعمال أويلر الرياضية وعادت الآن من جديد لمتابعة تلك البحوث.

شاركت ماتفييفسكايا بأبحاث قيمة في مؤتمرات علمية في روسيا وخارجها ومنها: المؤتمرين العالميين الثالث عشر والسادس عشر في تاريخ العلوم (موسكو 1971، بوخارست 1981) وفي مؤتمرات تاريخ العلوم العربية (حلب 1979، باريس 1989) وفي الندوات العلمية العالمية في تاريخ الرياضيات (أوبرفالفاخ 1987، 1992). وعملت في الاتحاد الوطني لمؤرخي العلوم والتكنولوجيا في أوزبكستان كسكرتيرة ثم نائبة للرئيس. وهي مسؤولة التحرير في عدد من المجلات العلمية العالمية وكتبت عشرات التقييمات العلمية لأبحاث ورسائل دكتوراه في مجال تاريخ العلوم.

حصلت عام 1974 على جائزة البيروني الحكومية في جمهورية أوزبكستان، وفي 1980 على لقب الجدارة: «شخصية متميزة في مجال العلم في أوزبكستان». ولها مئات البحوث العلمية والمؤلفات في تاريخ الرياضيات العربية والأوربية. وكتب عن حياتها وأبحاثها العلمية أكثر من عشرين مقالة في أكبر المجلات العلمية في روسيا.

عملت لأكثر من 30 سنة مع مخطوطات الرياضيات العربية ولكنها، للأسف، توقفت منذ أكثر من 10 سنوات بسبب ظروف ذاتية وموضوعية منها انهيار الإتحاد السوفييتي واضطرارها لمغادرة أوزبكستان بعد وفاة زوجها الأوزبيكي. وتعمل الآن أستاذة في كلية العلوم بجامعة أورينبورغ الحكومية الواقعة في منطقة الأورال الروسية، وتشرف على عدد من طلبة الدكتوراه في تاريخ الرياضيات. وهي تكن كل المودة والاحترام للثقافة والعلوم العربية والإسلامية. لكنها لم تلق التقدير

والاهتمام من الجانب العربي والإسلامي، الذي يليق بمثل هذه العالمة التي أسهمت بإحياء التراث العلمي العربي والإسلامي منصفة إسهامات العلماء المسلمين في تقدم الحضارة البشرية.

وأولت ماتفييفسكايا اهتماماً خاصاً لدعم أبحاث الباحثين الشباب وقد تخرج تحت إشرافها عدد كبير من الباحثين ومنهم: أ. أحمدوف: مسائل تأسيس الهندسة في الشرق القروسطي عام 1970. ج. تلاشيف: معطيات جديدة عن تاريخ الرياضيات في آسيا الوسطى في القرون 13-15 عام1973. م. أبراروفا: من تاريخ تدريس الرياضيات في بخارى عام 1978. ج.خ.عبادوف: الرياضيات في الموسوعات العربية القروسطية من القرن 10-17 عام 1986. ي.ر. محمدييف: بهاء الدين العاملي والأعمال الرياضية في آسيا الوسطى في القرن 16-19 عام 1989. س.أ. رمضانوفا: الطرق القروسطية للتعريفات الفلكية للإحداثيات الجغرافية في بلدان الشرق الأدنى والأوسط القروسطي عام 1990. غ.ي. يوسوبوفا: الهندسة الكروية في الشرق القروسطي.

المراجع:

1. أ.ب. يوشكيفيتش. **تاريخ الرياضيات في القرون الوسطى**. موسكو. 1963. (بالروسية).
2. محمود الحمزة. حول تاريخ دراسة مخطوطة ابن البناء المراكشي. مجلة أبحاث في تاريخ الرياضيات. موسكو. 2003. العدد 8 (43). ص. 303-317. (بالروسية).
3. محمود الحمزة. **ابن البناء المراكشي ومخطوطته: تلخيص أعمال الحساب**. مجلة أبحاث في تاريخ الرياضيات. موسكو. 2005. العدد 9 (44). ص. 330-347. (بالروسية).
4. محمود الحمزة. **حول مخطوطة الحصّار في الحساب**. مجلة أبحاث في تاريخ الرياضيات. موسكو. 2006. العدد 11 (46). ص. 196-216. (بالروسية).
5. محمود الحمزة. **مخطوطة تلخيص أعمال الحساب لابن البناء المراكشي**. ترجمة إلى الروسية ودراسة تاريخية ورياضية. مجلة أبحاث في تاريخ الرياضيات. موسكو. 2005. العدد 9 (44). ص. 347-375.
6. غ. ب. ماتفييفسكايا. **دراسات حول العدد في الشرق القروسطي**. دار فان. طشقند. 1967. (بالروسية).
7. غ. ب. ماتفييفسكايا. **من تاريخ العلوم الدقيقة في الشرقين الأدنى والأوسط في القرون الوسطى**. دار فان. طشقند. 1972.(بالروسية).
8. غ. ب. ماتفييفسكايا. **الرياضيات في الشرق القروسطي**. دار فان. طشقند. 1978. (بالروسية).
9. غ. ب. ماتفييفسكايا. ب.أ. روزنفلد. **علماء الرياضيات والفلك في العالم الإسلامي في القرون الوسطى وأعمالهم (ق. 8 – 17)**. موسكو. 1983. 3 مجلدات. (بالروسية).
10. B. A. Rozenfeld, E. *Ihsanoglu. Mathematicians, Astronomers & other Scholars of Islamic Civilization and their works (7th-19th c.).* IRCICA. Istanbul, 2003.

11. رشدي راشد. **تاريخ الرياضيات العربية بين الجبر والحساب**. مركز دراسات الوحدة العربية – بيروت. 1989.

12. رشدي راشد. **الاتجاهات العلمية في الإسلام**. مجلة التسامح. العدد 20. 2007.

13. رشدي راشد و بيجان وهاب زادة. **رياضيات عمر الخيام**. سلسلة تاريخ العلوم عند العرب (7). مركز دراسات الوحدة العربية. بيروت. 2005.

14. محمود الحمزة. **رسالة ابن البغدادي «المقادير المشتركة والمتباينة»**. بحث ألقي في مؤتمر المخطوطات الشارحة. مكتبة الاسكندرية. 7-9 مارس 2006.

15. محمود الحمزة. **موجز في تاريخ الرياضيات وتطورها الفكري والفلسفي**. دار اليرموك. تعز. اليمن. 2002.