ملاحظة حول الترميز الجبري المستعمل من طرف [الرياضيين] العرب[1]

فرانتس فوبكه
ترجمة: عبد العزيز النقر
مركز ابن البنا المراكشي

إن المصنفات الجبرية العربية المعروفة إلى حدود الآن، والتي تنتمي إلى فترات مختلفة والمكتوبة كلها من طرف رياضيين عرب بالمشرق [الإسلامي]، تقدم لنا منذ القرن التاسع الميلادي هذا العلم (أي علم الجبر) فقط بطريقة خِطابية discursive وشفوية، وهي طريقة لا تخضع لأي نوع من الترميز، هذا في حين أن علم الجبر لدى اليونان ولدى الهنود قد سبق له أن قدم لنا بدايات ترميز جبري.

إذن، أعتقد أن الكشف الذي أنا بصدد القيام به حول وجود ترميز جبري متقدم جدا لدى [الرياضيين] العرب بالغرب [الإسلامي] من شأنه يكون ذا فائدة لتاريخ العلوم.

بما أن علم الجبر نفسه كان لا يزال [آنذاك] عدديا numérique، فإن هذا الترميز يكاد يكون تاما بقدر الإمكان. وأسارع إلى القول أن بعض الشرف الذي يمكن أن يُنسب إلى الرياضيين العرب [بخصوص] ابتكار هذا الترميز لن ينقص شيئا من مجد [الرياضي] فييت Viéte، الذي تتمثل قيمته الهائلة وغير القابلة للنقاش في إدخاله الترميز الحرفي littérale إلى الحساب الجبري بخصوص المقادير المعلومة، وفي أنه كان أول من مثّل الحسابات الافتراضية بواسطة حروف، معبرا في الوقت نفسه عن العمليات الجبرية بواسطة علامات[2]. وكما نعرف، فإن هذه العمليات لم تكن تنجز في الواقع، إلى حدود تلك اللحظة، إلا بواسطة الأعداد. باختصار، لقد غيّر [فييت] ملمحَ العلم نفسه، واضعا بذلك أسس التحليل الحديثl’analyse moderne ومعوضا علم الجبر العددي، الذي نجده لدى اليونان والهنود والعرب ولدى الغربيين قبل فييت، بعلم حساب الرموز le calcul des symboles.[3]

والآن، ها هو ذا ما يتكون منه أساسا هذا الترميز العربي:

1- يُشار إلى المجهول وقواه بواسطة الأحرف الأولى من أسمائها العربية مضروبة[4] في المعاملات العددية، وهي كالتالي:

---

[1]- العنوان الأصلي هو :
Franz Woepcke, **Note sur des notations algébriques employées par les Arabes**, in : Etudes sur les mathématiques arabo-islamiques, Erster Band, Institut für Geschichte der Arabisch-Islamischen Wissenschaften an der Johann Wolfgang Goethe-Universität, Frankfurt am Main, 19. s. 641- 644.

[2]- "signes": يمكن ترجمتها أيضا بإشارات أو رموز، لكن كلمة "علامات" أنسب في هذا السياق، لأننا نقول مثلا: علامة الضرب وعلامة القسمة ... (المترجم).

[3]- انظر البحث الجيد لـ M. Chasles حيث ناقش هذا الرياضي الشهير هذه المسألة بشكل تام. (Comptes rendus de l’Académie des Sciences, tome XII, pages 741 et suivantes.)

[4]- يمكن ترجمتها أيضا بـ"المتراكبة مع المعاملات ...". (المترجم).

- [يُشار] إلى القوة الأولى (x) بحرف الشين (ش)، أي الحرف الأول من الكلمة "شيء" ("chose")؛
- [يُشار] إلى القوة الثانية (x^2) بحرف الميم (م)، أي الحرف الأول من الكلمة "مال" (carré "possession")؛
- [يُشار] إلى القوة الثالثة (x^3) بحرف الكاف (ك)، أي الحرف الأول من الكلمة "كعب" ("cube").

2- تُكتب المعادلات بوضع طرفي المعادلة الواحد تلو لآخر، والتفريق بينهما بواسطة علامة التساوي égalité التي ترسم هكذا "ل"[5].

3- يتم في كل طرف وضع كل الحدود (termes) الموجبة ثم كل الحدود السالبة مع التفريق بينها بواسطة الأداة "إلا" ("ناقص" moins)؛ وفي نسخة ثانية من مخطوط الكتاب الذي وجدت فيه هذا الترميز، يتم تعويض كلمة "إلا" بجزئها الأخير "لا"، وهو ما ينزع عنها خاصيتها النحوية grammaticale، ويعطيها بشكل تام تقريبا خاصية ترميز بسيط، أي كإشارة لعملية الطرح.

4- يُشار إلى جذور المقادير الصماء، سواء كانت صحيحة أو كسرية أو مختلطة[6]، بحرف "الجيم" (ج)، وهو بداية الكلمة "جذر" (racine)، المطبقة على المقدار الأصم، وبالتالي المكافئة لعلامة (أو رمز) الجذر (signe radical).

5- عندما يتعلق الأمر بإيجاد قيمة مجهول بواسطة التناسب، فإن الكتابة تتم بحيث تُفرَّق الحدود الأربعة بعضها عن بعض بواسطة العلامة التالية ∴، ووضع حرف "جيم" (ج) مكان الحد المجهول، أي الحرف الأول من الكلمة "جذر" ("racine")، وهو الحد الذي استعمل باقتران مع "الشيء" من طرف الجبريين العرب للإشارة إلى القوة الأولى للمجهول.

6- يُستعمل مصطلح الأس (l'exposant) بوضوح تام يُشار إليه بكلمة أس (جمعها إساس)، التي تعني بالضبط: "مبدأ، أساس، قاعدة". بناء على المقطع التالي حول قسمة القوى الجبرية، والذي سأترجمه حرفيا مشيرا فقط إلى شاهد واحد من بين شواهد عديدة، [فإن]: "العمل في ذلك (أي عملية القسمة) أن تسقط أس المقسوم عليه من أس المقسوم، وما بقي فهو أس الخارج"؛ وانطلاقا من هذا المقطع الأخير [فإن]: "الخارج من قسمة الجنس على مثله عدد، والخارج من قسمة جنس هذه الأجناس على عدد ذلك الجنس بعينه والخارج من قسمة الكعوب على الأموال أشياء، والخارج من قسمة الكعوب على الأشياء أموال"[7]. أشير بوضوح إلى مسألة مهمة جدا، وهي أن كلمة "أس" قد استعملت بصيغة المفرد لا بصيغة الجمع.

سأنقل هنا بعض الأمثلة قصد إعطاء فكرة أكثر دقة عن هذا الترميز:

الأموال (الجذور):

---

[5]- أي الحرف الأخير من الكلمة "يعدل". (المترجم).

[6]- أي تتكون من جزء صحيح ومنطّق.

[7]- اعتمدنا هنا على التحقيق الذي أنجزه د. محمد سويسي لنص القلصادي "كشف الأسرار عن علم حروف الغبار"، وهو النص الذي يتحدث عنه فوبكه في هذا المقال. يُنظر:
محمد بن علي القرشي القلصادي، **كشف الأسرار عن علم حروف الغبار**، تحقيق محمد سويسي، الدار العربية للكتاب، 1988، ص. 97. (المترجم).

$$\sqrt{18} \ldots \overset{\rightarrow}{18}\ ; \sqrt{4\ \frac{1}{2}} \ldots \overset{\rightarrow}{4}\ \frac{1}{2}\ ; \quad 3\sqrt{6} \ldots \overset{\rightarrow}{6}^{3}\ ; \frac{1}{2}\sqrt{48} \ldots \overset{\rightarrow}{48}^{ب}$$

النسبة (التناسب Proportion):

$$11 : 20 = 66 : x \ldots \text{ج} \therefore 66 \therefore 20 \therefore 11$$

كثيرات الحدود (Polynômes):

$$3\ \overset{\text{مـ}}{6}\ \overset{\text{ك}}{4} \text{ ناقص } \overset{\text{ك}}{4} \ldots 3 + 4x^2 + 6x^2 + 4x3 \text{ (*)}; \overset{\text{ش}}{12}\ \overset{\text{ك}}{48} \text{ ناقص } \overset{\text{مـ}}{48} \ldots 12\ x\ 48\ x^3 - 48\ x^2$$

المعادلات:

$$\overset{\text{مـ}}{\frac{1}{2}}\ \overset{\text{ش}}{1} \text{ ل } 7\ \frac{1}{2} \ldots 7\ \frac{1}{2}\ x^2 + x = 7\ \frac{1}{2}\ ; \overset{\text{مـ}}{1}\ \overset{\text{ش}}{12} \text{ ل } 20 \ldots X^2 + 20 = 12$$

$$\overset{\text{مـ}}{3} \text{ ناقص } 36 \text{ ل } \overset{\text{ش}}{32} \text{ ناقص } \overset{\text{مـ}}{1} \ldots 3\ x^2 - 36 = 32\ x - x^2$$

إن الترميز الذي قدمت عنه للتوّ لمحة قد استعمل في كتاب حول علم العدد arithmétique تم تأليفه في النصف الثاني من القرن 15 الميلادي من طرف [رياضي] عربي أندلسي هو علي بن محمد القلصادي، وهو موجود (أي الكتاب) في مخطوط يملكه السيد رينو Reinaud، وقد أطلعني عليه هذا الأكاديمي الشهير بكل سرور.

يتضح من خلال معطيات أخرى، أنوي فحصها في موضع آخر وفقا للتطورات الضرورية، أن استعمال هذا الترميز - الذي نحن بصدد الحديث عنه - ضمن الكتاب الذي أشرت إليه توّا ليس واقعة معزولة، حيث إن عدَديّا وعالم فلك عربي – هو أيضا من أصل أندلسي - معروف باسم ابن البنا وكان معاصرا لفيبوناتشي Fibonnaci، قد استعمل نفس الترميز أو ترميزا مشابها له في أحد كتبه بخصوص التركيب composition الذي أخذه بدوره عن أعمال رياضيَّيْنِ سابقَيْنِ هما: ابن منعم [العبدري] والأحدب.

في الأخير، لقد وجدت في إحدى المخطوطات الفارسية بالمكتبة الملكية جدولا لضرب القوى الجبرية، حيث يُشار فيه إلى هذه القوى وقيمها المتقابلة بواسطة ترميز مختلف. إذ ترسم العلامات[8] /الإشارات بها من خلال إعطاء الآحاد (الحد الثابت) الحرفَ الأخيرَ (د) من الكلمة "آحاد" (unités)؛ وإعطاء الجذورِ الحرفَ الأخيرَ (ر) من الكلمة "جذور" ("racines")؛ ثم يُجمع، بخصوص القوى العليا، الحرفان الأخيرين من الكلمتين "أموال" ("carrés") و"كعاب" ("cubes")، أي الحرفين "ل" و"ب"، بطريقة

---

[8]- يمكن القول أيضا "العلامات" أو "الرموز" كما أشرنا آنفا.
(*) نذكر هنا أن العرب يكتبون من اليمين إلى اليسار.

مماثلة للكيفية التي تُرسم وفقها أسماء القوى العليا في اللغة العربية من خلال هتين الكلمتين. وهكذا نحصل على الترميز التالي:

الآحاد ..... د ..... n
الجذور ..... ر x
الأموال ..... ل ..... x^2
الكعاب ..... ب ..... x^3
أموال الأموال ..... لل ..... x^4
أموال الكعاب ..... لب ..... x^5
كعاب الكعاب ..... بب ..... x^6
أموال أموال الكعاب ..... للب ..... x^7
أموال كعاب الكعاب ..... لبب ..... x^8
كعاب كعاب الكعاب ..... ببب ..... x^9
أموال أموال كعاب الكعاب ..... للبب ..... x^{10}

في ما يخص "كسور" القوى، أو كما سميناها، القيم المتقابلة للقوى أو القوى السالبة، فإنه يُشار إليها بواسطة إشارات القوى الموجبة المقابلة والمسبوقة بحرف "أ/ء" (a)، أي الحرف الأخير من الكلمة "أجزاء" ("fractions" ou "parties"). بالتالي، يُشار إلى:

أجزاء الجذور $(\frac{1}{x})$ بـ **أر ،**
أجزاء الاموال $(\frac{1}{x^2})$ بـ **أل ،**
أجزاء الكعاب $(\frac{1}{x^3})$ بـ **أب ،**
أجزاء أموال الأموال $(\frac{1}{x^4})$ بـ **أالل،**

وهكذا إلى الآخِر.